EXP TERPAINC

Thermodynamique

TD2 1er principe

Exercice 1

1) Calculer le travail des forces de pression dans le cas
   a) d'une transformation isochore
   b) d'une transformation lente isobare lorsque le volume passe de V_1 à $V_2=\frac{V_1}{2}$
2) Le système est un gaz parfait. Même question avec encore $V_2=\frac{V_1}{2}$ dans le cas d'une transformation lente isotherme (à T), V passant de V_1 à V_2.

Exercice 2

Un gaz parfait passe d'un état (P_1, V_1, T_1) à ($P_2 = 2P_1$, T_2, V_2) suivant une transformation adiabatique réversible.

1) Exprimer T_2 en fonction de T_1
   V_2 en fonction de V_1
2) Exprimer W de manière la plus simple en fonction de T_1, γ, n, et R.

Exercice 3

QS

on rajoute M.R.

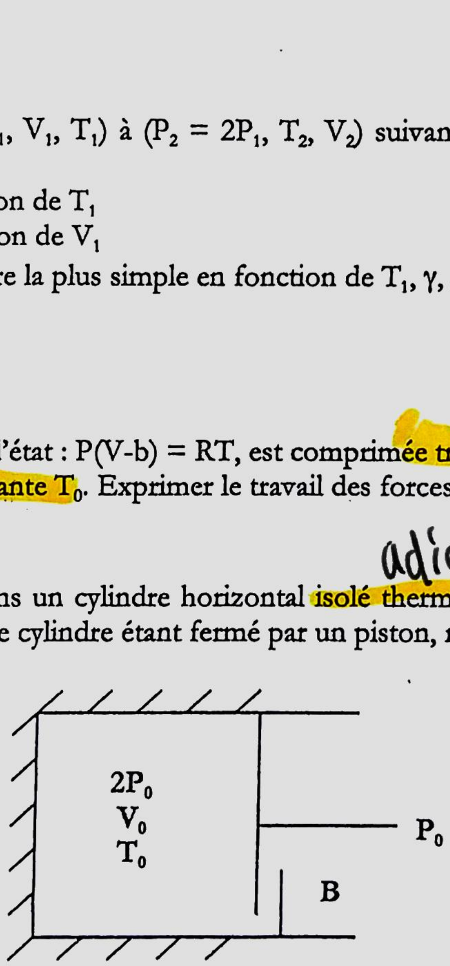
Cas d'un gaz réel :
Une mole de gaz réel, d'équation d'état : $P(V-b) = RT$, est comprimée très lentement du volume $2V_0$, au volume V_0, à la température constante T_0. Exprimer le travail des forces de pression W.

Exercice 4

GPl. $T=0$

adiab

Soit un gaz (γ connu) contenu dans un cylindre horizontal isolé thermiquement. A l'état initial le gaz : $2P_0$, V_0, T_0, l'extérieur : $P_{ext} = P_0$. Le cylindre étant fermé par un piston, retenu par une butée B.



A t = 0 on enlève la butée. Le gaz se détend brusquement, le piston oscille puis se stabilise. Déterminer

Irrévi.

- l'état final (P_f ; V_f ; T_f)
- la variation d'énergie ΔU (en fonction de n, R, T_0).

Exercice 5

Un gaz parfait est enfermé dans un cylindre à l'intérieur duquel peut coulisser un piston de masse négligeable.
La température $T_1 = T_{ext} = 293K$, le volume $V_1 = 5L$.
La pression $P_1 = P_{ext} = 1$ atm $= 1{,}013$ bar.

~~adiab~~

La paroi du cylindre est bonne conductrice de la chaleur. Ainsi à l'équilibre, la température du gaz est donc $T_{ext} = 293K$.

QS (et MR, allez hop)

1) En appuyant sur le piston, on augmente très lentement la pression jusqu'à $P_2 = 10$ atm. Calculer V_2, T_2, ΔU, Q.
2) On passe désormais brusquement de P_1 à P_2. Calculer les mêmes grandeurs.

Exercice 6

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par $P_0=2.10^5$ Pa, $V_0=$ 14L. On fait subir successivement à ce gaz :

$\gamma = 1,4$

- Une détente isobare qui double son volume.
- Une compression isotherme qui le ramène à son volume initial.
- Un refroidissement isochore qui le ramène à l'état initial (P_0 , V_0).

1) A quelle température s'effectue la compression isotherme ? En déduire la pression maximale atteinte. Représenter le cycle de transformation dans le diagramme (P, V) (diagramme de Watt). Rq : P= f(V)
2) Calculer les travaux et transferts thermiques échangés pour chaque transformation et pour le cycle.

Exercice 7

Une masse de gaz parfait (P_1 , V_1) décrit le cycle suivant (réversible) dit cycle de Joule.

1 → 2	2 → 3	3 → 4	4 → 1
compression adiabatique	échauffement isobare T_3	détente adiabatique	refroidissement isobare

1) Représenter le cycle en diagramme ~~de Clapeyron.~~ plutôt de Watt
2) On pose $a = \dfrac{P_2}{P_1}$. Exprimer puis calculer T_2 (et T_4) en fonction de T_1 (et T_3)

A.N : T_1=300K ; T_3= 900K ; a=16 ; γ=1,4.

3) Calculer pour n moles de gaz, les transferts thermiques Q (échauffement) et Q' (refroidissement) ainsi que le travail total échangé par le gaz au cours du cycle, en fonction de T_1, T_3, γ , a , n , R. Calculer le rendement $r = -\dfrac{W}{Q}$.

Exercice 8

Un récipient rigide, de volume V_0, vide à l'état initial possède des parois adiabatiques. Il se trouve dans une atmosphère à P_0, T_0. L'air extérieur (gaz parfait diatomique : $\gamma = \dfrac{7}{5}$) pénètre lentement dans le récipient par une valve adiabatique. A l'état final, le récipient contient de l'air à la pression P_0 et à la température T_f.

En raisonnant sur le système fermé constitué par les n moles d'air admises (occupant dans l'atmosphère un volume V_a) dans le récipient, déterminer le travail reçu par cet air puis par T_f.

Exercice 10

Un cylindre fermé horizontal est divisé en deux compartiments A et B de même volume V_0, par un piston coulissant librement sans frottement. A et B contiennent chacun une mole de gaz parfait (γ) à la pression P_0 et à la température T_0.

Le piston, la surface latérale du cylindre et la surface de la base du compartiment A sont athermanes (=adiabatiques). QS (+MR)

La surface de base du compartiment B est diathermane. Le compartiment A est porté très lentement à une température T_1 à l'aide d'une résistance chauffante, le compartiment B restant à T_0 par contact thermique avec le thermostat de température T_0. diather

1) Déterminer V_A, V_B, P_f (en fonction de T_1, T_0, V_0) à l'équilibre du piston
2) Calculer ΔU pour le gaz contenu dans A

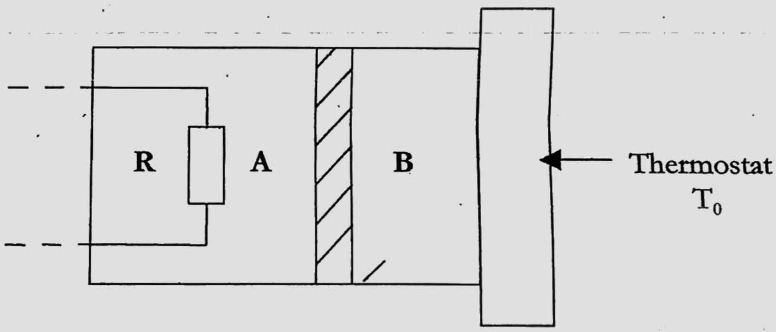
   ΔU pour le gaz contenu dans B

   ΔU pour le système (A+B) (résistance et piston exclus du système).
3) Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz en B ?

   Quel est le travail échangé par B avec A ?

   Quel est le transfert thermique Q_1 (reçu par B) ?

   En fonction de T_1, T_0, R (cst. des GP).
4) Pour le système A, quel est le transfert thermique Q_2 fourni par la résistance chauffante en fonction de T_0, T_1, R et γ.



1/1/a

$$W = \int -P_{ext}\, dV = 0$$

1/1/b

$$W = \int -P_{ext}\, dV$$

$$= -P \int dV$$

$$= -P\left(\frac{V_1}{2} - V_1\right)$$

$$= \frac{PV_1}{2}$$

$$> 0$$

$\Rightarrow$ travail reçu

1/2

$$W = \int -P_{ext}\, dV = \int -P dV$$

$$= \int -nRT \frac{dV}{V}$$

$$= -nRT \left[\ln\right]_{V_1}^{V_1/2}$$

$$= -nRT \left(\ln \frac{V_1}{2} - \ln V_1\right)$$

$$= -nRT \ln 2$$

$$> 0$$

$\Rightarrow$ travail reçu

2/1

On a GP, adiab, rev, donc d'après Laplace :

$$\begin{cases} PV^{\gamma} = \text{cst} \\ TV^{\gamma-1} = \text{cst} \\ P^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{cst} \end{cases}$$

$P_2 = 2P_1$

D'où

$$T_1^{\gamma}P_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma}P_2^{1-\gamma} = T_2^{\gamma}2P_1^{1-\gamma}$$

$$\Leftrightarrow T_2^{\gamma} = T_1^{\gamma}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1-\gamma}$$

$$= T_1^{\gamma}\left(\frac{1}{2}\right)^{1-\gamma} \quad \text{car } P_2 = 2P_1$$

$$= T_1^{\gamma}2^{\gamma-1}$$

$$\Leftrightarrow T_2 = T_1 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \left(= \sqrt[\gamma]{T_1^{\gamma}2^{\gamma-1}}\right) \leftarrow \text{lol}$$

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \Rightarrow V_2^{\gamma} = V_1^{\gamma}\frac{P_1}{P_2}$$

$$= V_1^{\gamma}\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow V_2 = V_1 2^{-\frac{1}{\gamma}}$$

$\boxed{2/2}$ Meth 1

$$W = -\int P_{ext}\,dV$$

$$= \int -P\,dV$$

$$= -\int \frac{const}{V^{\gamma}}\,dV$$

$$\vdots \qquad \leftarrow \text{long!}$$

Meth 2

$$W = \Delta U - Q$$

$$= C_v(T_2 - T_1)$$

$$= \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$$

$$= \frac{nR}{\gamma-1}\left(2^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

$\boxed{3}$ $\begin{cases} Q.S. \\ \dot{T} = 0 \end{cases}$ et on rajoute M.R.

$\Rightarrow$ isotherme

$$W = \int -P_{ext}\,dV$$

$$= \int -P\,dV$$

$$= \int_{2V_0}^{V_0} -\frac{RT}{V-b}\,dV$$

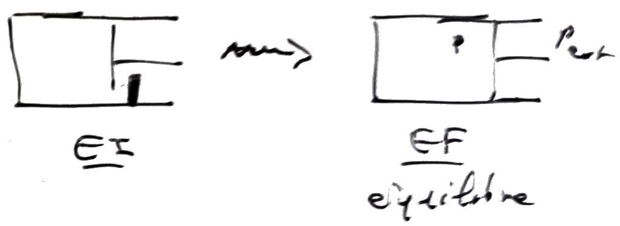
$$= -RT \ln \frac{V_0 - b}{2V_0 - b} > 0$$

$\boxed{4}$ $\begin{cases} \gamma \text{ connu} \Rightarrow \text{GP} \\ \text{cylindre isolé thermiqmt} \Rightarrow \text{adiabatique} \\ \text{brusque} \Rightarrow \text{irréversible} \end{cases}$

⚠ Pas de lois de Laplace !
(irréversible)

EI $\quad 2P_0 V_0 = nRT_0$

EF $\quad \begin{cases} P_f V_f = nRT_f \\ P_f = P_{ext} = P_0 \end{cases}$



$\Rightarrow P_0 V_f = nRT_f$

d'après le premier principe :

$$\Delta U = W + \cancel{Q} \qquad \text{par adiabaticité}$$

$$\frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_0) = \int -P_{ext}\, dV$$

$$= \int -P_0\, dV \qquad \text{remq c'est monobare}$$

$$= -P_0 \int dV$$

$$= -P_0 (V_f - V_0)$$

$$\begin{cases} \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_0) = -P_0(V_f - V_0) \\ P_0 V_f = nRT_f \end{cases}$$

$$\frac{\cancel{nR}(T_f - T_0)}{\gamma - 1} = \cancel{nR}T_f + \frac{\cancel{nR}T_0}{2}$$

$$\Leftrightarrow T_f - T_0 = -(\gamma-1)T_f + (\gamma-1)\frac{T_0}{2}$$

$$\Leftrightarrow T_f(1+\gamma-1) = T_0\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow T_f = T_0 \frac{1+\gamma}{2\gamma}$$

$$\Rightarrow V_f = \frac{nRT_f}{P_0}$$

$$= \frac{nR}{P_0} T_0 \frac{1+\gamma}{2\gamma}$$

$$= V_0 \frac{1+\gamma}{\gamma}$$

$$\Delta U = W = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_0)$$

$$= \frac{nR}{\gamma-1}\left(T_0 \frac{1+\gamma}{2\gamma} - T_0\right)$$

$$= \frac{nRT_0}{\gamma-1}\left(\frac{1+\gamma}{2\gamma} - 1\right)$$

$$= -\frac{nRT_0}{2\gamma}$$

$\boxed{5/1}$ Elle est lente, à température constante donc elle est isotherme.

- $P_2 V_2 = P_1 V_1 =$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{P_1}{P_2} V_1$$

$$= 0{,}5 \text{ L}$$

- $$\Delta U = C_V \underbrace{(T_2 - T_1)}_{0} = 0$$

par isothermie

- $$Q = \cancel{\Delta U} - W = \int P_{ext}\, dV$$

$$= \int P dV \qquad \text{par rév}$$

$$= \int \frac{nRT}{V} dV \qquad \text{car GP}$$

$$= nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad \text{par isothermie}$$

$$= P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad \text{car GP}$$

$$= 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \frac{0{,}5}{5}$$

$$= -1170 \text{ J}$$

$$< 0$$

5/2 · la transformation n'est plus isotherme, mais reste monotherme.

$T_2 = T_1 = T_{ext}$

d'où V_2 ne change pas
d'où ΔU ne change pas

$$W = -\int -P_{ext}\, dV$$

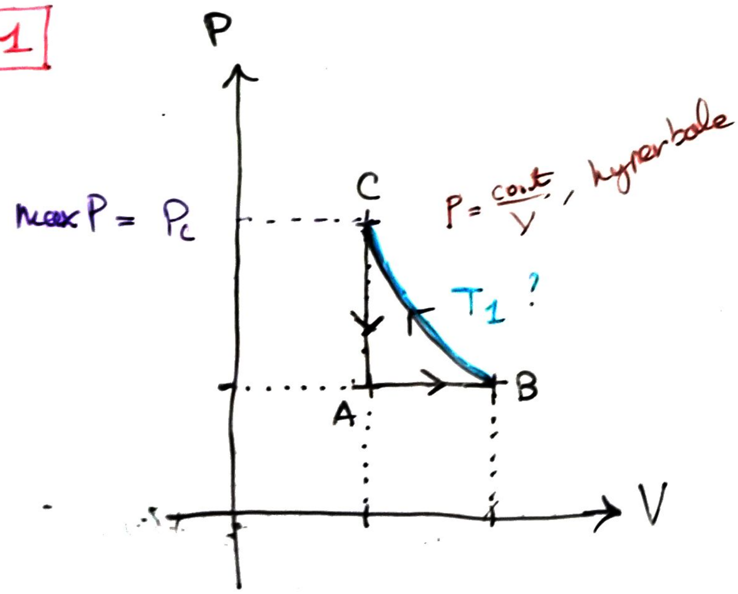
⚠ $P_{ext} = P_2$, c'est la pression que l'on veut appliquer brutalement

$$= \int P_2\, dV$$

$$= P_2 (V_2 - V_1)$$

$$= -4,5 \text{ kJ}$$

6/1



$P_0, V_0, T_0 \rightarrow P_0, 2V_0, T_1 \rightarrow T_1, V_0, P_c$

$$\begin{cases} P_0 V_0 = nRT_0 \\ P_0 2V_0 = nRT_1 \\ P_c V_0 = nRT_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{nR}T_1}{\cancel{nR}T_0} = \frac{\cancel{P_0} 2\cancel{V_0}}{\cancel{P_0}\cancel{V_0}} \quad \text{et} \quad P_c = \frac{nR2T_0}{V_0}$$

$$\Leftrightarrow T_1 = 2T_0 \qquad\qquad = 2P_0$$

<u>$A \rightarrow B$</u> (isobare)

$$W = \int -P_{ext}\, dV = \int -P dV = \int -P_0\, dV$$

$$= -P_0 (2V_0 - V_0)$$

$$= -P_0 V_0 = -2{,}8 \text{ kJ}$$

$$\Delta U_{A\to B} = \frac{nR}{\gamma - 1}(2T_0 - T_0) = \frac{nRT_0}{\gamma - 1}$$

Meth 1 $\quad Q_{A\to B} = \Delta U_{A\to B} - W = \frac{nRT_0}{\gamma - 1} + P_0 V_0$

$$= \frac{P_0 V_0}{\gamma - 1} + P_0 V_0 \qquad \text{car GP}$$

$$= \frac{\gamma P_0 V_0}{\gamma - 1}$$

$$= \boxed{\frac{\gamma n R T_0}{\gamma - 1}} \qquad \text{car GP}$$

C_p

Meth 2

$$Q_{P_0} = \Delta H = C_p (T_f - T_i) = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1}(2T_0 - T_0)$$

$$= \frac{\gamma n R}{\gamma - 1} T_0 \doteq 9800 \text{ J}$$

tip quand isobare

$$\boxed{\Delta H = Q_p}$$

<u>B → C</u> (isotherme)

$$W = \int -P_{ext}\, dV = \int -\frac{nR2T_0}{V} dV = -2nRT_0 \ln \frac{V_0}{2V_0}$$

$$= 2P_0V_0 \ln 2$$

$$= 3880 \text{ J}$$

$$Q_{B\to C} = \underbrace{\cancel{\Delta U}}_{\text{car } \Delta U = C_v \underbrace{(T_f - T_i)}_{0 \text{ car isotherme}}} - W = -3380 \text{ J}$$

<u>C → A</u> (isochore)

$$W = 0$$

$$Q_{C\to A} = \Delta U_{C\to A} = C_v(2T_0 - T_0) = \frac{nRT_0}{\gamma - 1} = -\frac{P_0V_0}{\gamma-1} = -7 \text{ kJ}$$

<u>A → B → C → A</u> (le cycle)

$$W_{cycle} = W_{A\to B} + W_{B\to C} + W_{C\to A} = 1080 \text{ J}$$ ⇒ cycle récepteur

cohérent : sens trigo

$$Q_{cycle} = Q_{A\to B} + Q_{B\to C} + Q_{C\to A} = -1080 \text{ J}$$

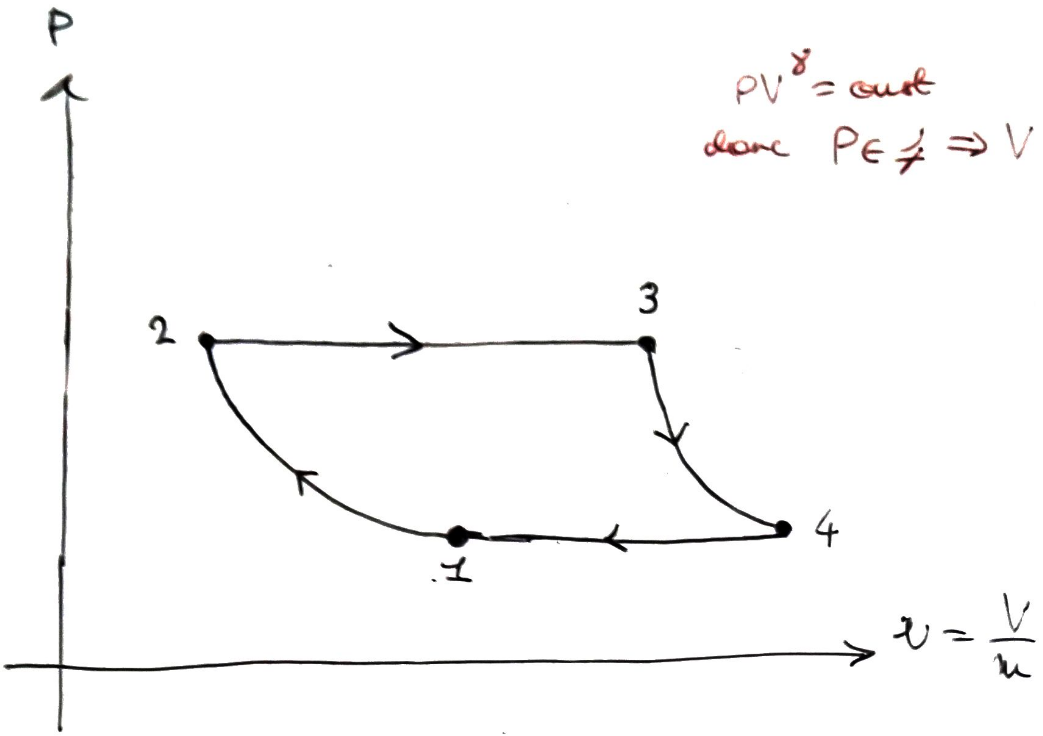
$$\boxed{\Delta U_{cycle} = 0}$$

U est une fonction d'état, même état initial et m̂ état final ⇒ 0

$\boxed{7/1}$

$PV^\gamma = \text{cst}$

donc $P \in \nearrow \Rightarrow V \in \searrow$



$$P_1, V_3, T_0 \xrightarrow{\text{adiab}} \quad , \quad , T_0 \xrightarrow{\text{isob}} P_1, \quad , T_3 \xrightarrow{\text{adiab}} P_1, V_1, T_0 \xrightarrow{\text{isob}} P_1, V_3, T_0$$

$\boxed{7/2}$ On a GP, adiab, réversible

donc
$$\begin{cases} PV^\gamma = \text{const} \\ TV^{\gamma-1} = \text{cst} \\ \boxed{T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cst}} \end{cases}$$

$$T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma P_2^{1-\gamma} \Leftrightarrow T_2^\gamma = T_1^\gamma \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1-\gamma}$$

$$\Leftrightarrow T_2 = \sqrt[\gamma]{T_1^\gamma a^{1-\gamma}}$$

$$= T_1 a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 136 \text{ K}$$

$\boxed{7/2}$

$$T_4^{\gamma} P_4^{1-\gamma} = T_3^{\gamma} P_3^{1-\gamma}$$

$$\Leftrightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$= T_3 \, a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$= 408 \text{ K}$$

$\boxed{7/3}$

$$\begin{cases} Q =: Q_{2\to3} = \Delta H & \text{car à pression constante! } (Q_p) \\ Q' =: Q_{4\to1} = \Delta H & \text{de même} \end{cases}$$

d'où
$$\begin{cases} Q_{2\to3} = C_p(T_3 - T_2) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_3 - T_2) = +6{,}9 \text{ kJ} > 0 \text{ reçue} \\ Q_{4\to1} = C_p(T_4 - T_1) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_4 - T_1) = -3{,}1 \text{ kJ} < 0 \text{ cédée} \end{cases}$$

$$r = -\frac{W_{cycle}}{Q_{2\to3}} = -\frac{\sum_{i\neq j} W_{i\to j}}{Q_{2\to3}} = -\frac{\Delta U_{cycle} - Q_{cycle}}{Q_{2\to3}}$$

$$= -\frac{-Q_{cycle}}{Q_{2\to3}}$$

car adiab

$$= \frac{\cancel{Q_{1\to2}} + Q_{2\to3} + \cancel{Q_{3\to4}} + Q_{4\to1}}{Q_{2\to3}}$$

$$= 1 + \frac{Q_{4\to 1}}{Q_{2\to 3}}$$

$$= 1 + \frac{Q'}{Q}$$

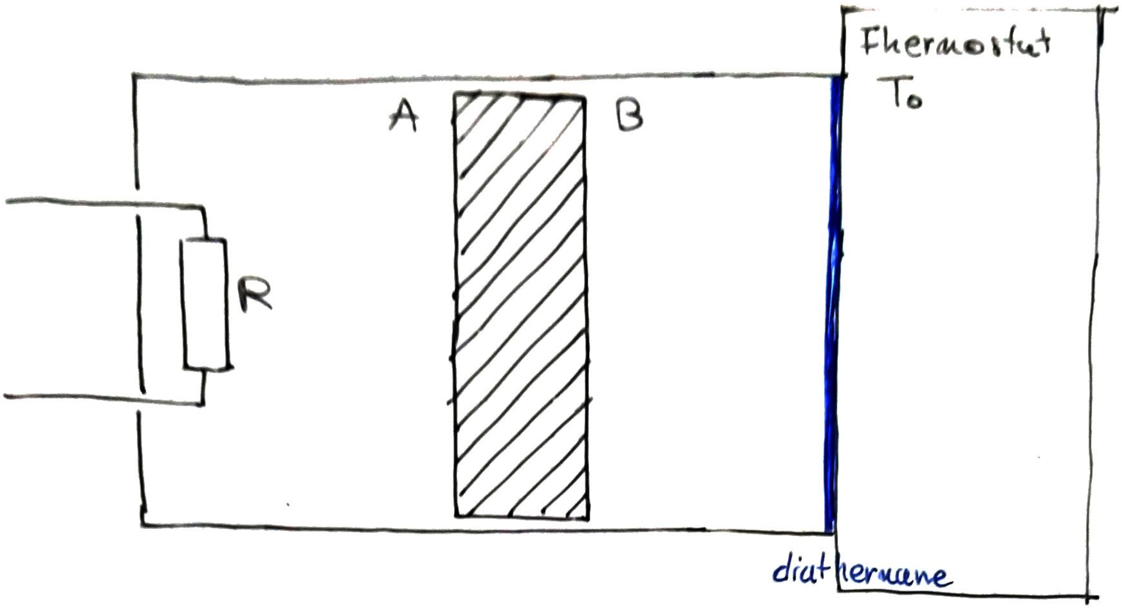
$$= 1 + \frac{\cancel{c_p}(T_1 - T_4)}{\cancel{c_p}(T_3 - T_2)}$$

$$= 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_4 a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1 a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$= 1 + \frac{\cancel{T_1 - T_4}}{-a^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}(\cancel{T_1 - T_4})}$$

$$= 1 - a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$\boxed{10}$



	A	B
@EI	P_0, V_0, T_0	P_0, V_0, T_0
@EF	P_f, V_A, T_1	P_f, V_B, T_0

$\boxed{10/1}$

$$\begin{cases} P_0 V_0 = \overbrace{n}^{=1} R T_0 \\ P_f V_A = R T_1 \\ P_f V_B = R T_0 \end{cases}$$

C'est <u>pas</u> adiabatique ! On apporte de la chaleur avec R !

On a $V_A + V_B = 2V_0$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\frac{V_A}{V_B} = \frac{T_1}{T_0} \\ V_A + V_B = 2V_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_B = \frac{2V_0 T_0}{T_0+T_1} & (1) \\ V_A = \frac{2V_0 T_1}{T_0+T_1} & (2) \end{cases}$$

$$(1)+(2) \iff P_f 2V_0 = R(T_0+T_1)$$

$$\iff P_f = \frac{R(T_0+T_1)}{2V_0}$$

$$= \frac{T_0+T_1}{2T_0} P_0$$

$\boxed{10/2}$

$$\Delta U_A = \frac{\overbrace{\cancel{n}R}^{=1}}{\gamma-1}(T_1 - T_0)$$

$$\Delta U_B = 0$$

$$\Delta U_{A+B} = \Delta U_A + \Delta U_B \qquad \text{par extensivité de } \Delta U$$

$\boxed{10/3}$

$$W_B = \int -P_{ext}\, dV = \int_{V_0}^{V_B} -RT_0 \frac{dV}{V}$$

$$= -RT_0 \ln\left(\frac{V_B}{V_0}\right)$$

$$= -RT_0 \ln\left(\frac{V_0 T_0}{T_0+T_1}\right)$$

$$> 0$$

$\Rightarrow$ gaz B comprimé

$$Q_1 = Q_B = \cancel{\Delta_B U} - W_B = RT_0 \ln \frac{V_0 T_0}{T_0 + T_1}$$

$\boxed{10/4}$

$$W_A = -W_B \quad \Leftarrow \text{ B est poussé par A}$$

d'où

$$\Delta_A U = W_A + Q_2 \iff Q_2 = \Delta_A U - W_A$$

$$= \Delta_A U + W_B$$

$$= \frac{R}{\gamma - 1}(T_1 - T_0) - RT_0 \ln \frac{V_0 T_0}{T_0 + T_1}$$