

(10) Compression adiabatique reversible γp : (9)

$$P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma = P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \times 10^{1/5} = 352 \text{ K}$$

$$\gamma = \frac{6}{5}$$

Compresseur: $\Delta H = Q + W'$ $\Rightarrow W' = \Delta h$ massique

soit:
$$W' = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_2' - T_1) = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} T_1 \left[\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right] = 46,3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

(20) Liquéfaction + refroidissement:

$$Q_2 = \Delta H = \underbrace{C_p (T_3(P_2) - T_2)}_{\text{refroidissement}} - \underbrace{L_v(P_2)}_{\text{liquéfaction}}$$

$T_3(P_2) = 310 \text{ K}$
 $L_v(P_2) = 133 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

$\Rightarrow Q_2 = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} [T_3(P_2) - T_2] - L_v(P_2)$ $Q_2 = -150,3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

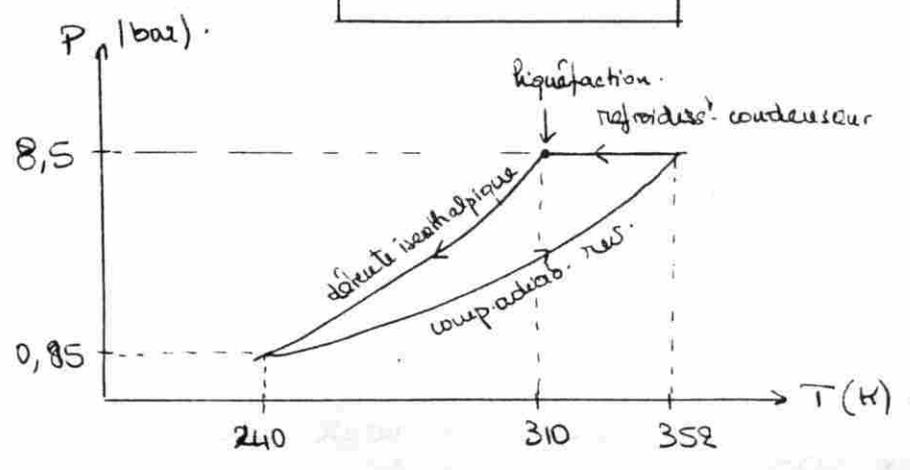
(30) détente: $\Delta H = 0 = C_p(T_1 - T_2) + x L_v(T_1)$

$\Rightarrow x = \frac{C_p(T_2 - T_1)}{L_v(T_1)}$ $T_2 = 310 \text{ K}$ $T_1 = 240 \text{ K}$ $\Rightarrow x = 38,3\%$

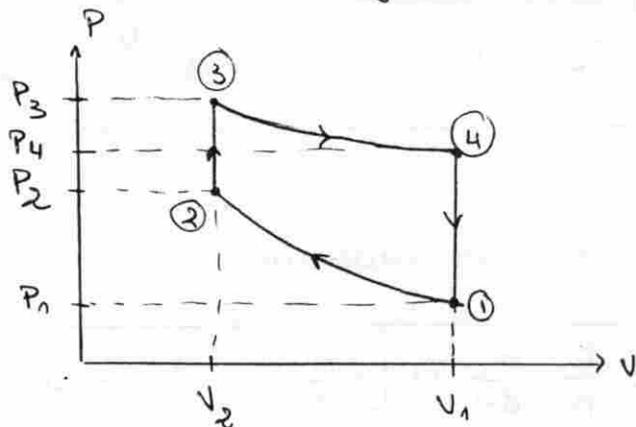
Evaporateur: $Q_1 = (1-x) L_v(T_1) = 103,6 \%$

(40) Cycle: $\Delta H_{TOT} = 0 = W' + Q_1 + Q_2$ à 0,4 kJ.kg⁻¹

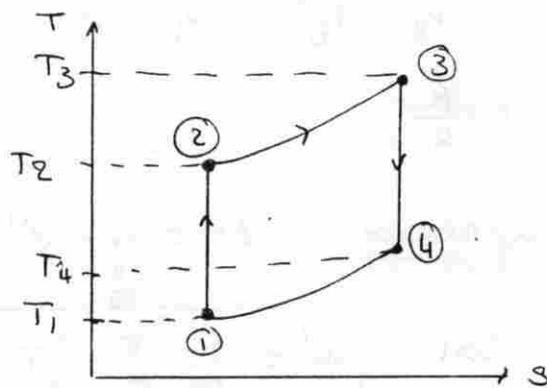
Efficacité:
$$e = \frac{Q_1}{W'} = 2,24$$



⑩ cycle d'otto.



adiab. rev: $P = \frac{cte}{v^\gamma}$



isochore: $T = cte e^s$

②

a) $\eta = -\frac{W}{Q_{2 \rightarrow 3}}$ or $W + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1} = 0$

$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{Q_{4 \rightarrow 1}}{Q_{2 \rightarrow 3}}$

$Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_V (T_3 - T_2)$

$Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} = C_V (T_1 - T_4)$

$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$

b)

$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = T_1 \chi^{\gamma-1}$

$T_4 = T_3 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_3}{\chi^{\gamma-1}}$

$\Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{(T_3 - T_1) \chi^{\gamma-1}}$

$\Rightarrow \eta = 1 - \chi^{1-\gamma}$

③

Volume d'air emprisonné en fin de compression:

$v_2 = 100 \text{ cm}^3$ et $v_1 - v_2 = 9L = 500 \text{ cm}^3 \Rightarrow \chi - 1 = \frac{500}{100}$

D'où $\chi = 6$.

a)

$\eta = 1 - 6^{-0,4} = 51,2\%$ rendement thermique

b)

$W = -Q_{TOT} = -n C_V [(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)]$, $C_V = \frac{5}{2} R$

$n = \frac{v_1 P_1}{RT_1} = \frac{500 \cdot 10^{-6} \times 10^5}{8,314 \times 300} = 24,0 \text{ mmol}$ pour un cycle.

$T_1 = 300 \text{ K}$

$T_3 = 900 \text{ K}$

$T_2 = T_1 \alpha^{\gamma-1} = 614,3 \text{ K}$

$T_4 = \frac{T_3}{\alpha^{\gamma-1}} = 439,5 \text{ K}$

$\Rightarrow W = -72,9 \text{ J}$ pour un cycle

Cycle de Carnot : $\eta_c = 1 - \frac{300}{900} = 0,67$
 Cycle d'Otto : $\eta_B = 1 - \alpha^{1-\gamma}$

$\eta_c = \eta_B$ si : $\alpha = 15,6$

TH 305

10 3→4: adiabatique réversible

$T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 357 \text{ K}$

Compresseur : $W_{3 \rightarrow 4} = \Delta H_{3 \rightarrow 4} = C_p (T_4 - T_3) = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)} (T_4 - T_3) = 64,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$

5→6: détente adiabatique réversible

$T_6 = T_5 \left(\frac{P_5}{P_6} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 220 \text{ K}$

Turbine : $W_{5 \rightarrow 6} = \Delta H_{5 \rightarrow 6} = C_p (T_6 - T_5) = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)} (T_6 - T_5) = -48,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$

Travail total reçu par l'installation :

$W = W_{3 \rightarrow 4} + W_{5 \rightarrow 6} = 16 \text{ kJ.kg}^{-1}$

$W > 0$ normal pour pompe à chaleur.

20 ou a encore à faire si un système ouvert en régime permanent : ici $W' = 0$.

$Q_c = \Delta H_{2 \rightarrow 3} = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)} (T_3 - T_2) = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)} (T_3 - T_4) = -64,2 \text{ kJ.kg}^{-1}$

efficacité : $e = \frac{-Q_c}{W} = 4,01$

efficacité Carnot : $e_0 = \frac{T_c}{T_c - T_f} = 11,7$ $e < e_0$ est vraie vérifiable de la pompe

et les échanges thermiques } air ↔ local ne sont pas réversibles.
 } air ↔ extérieurs

TH 305

$$P = 10^9 \text{ W}$$

$$T_F = 300 \text{ K}$$

$$T_C = 700 \text{ K}$$

Cycle de Carnot: $\pi_0 = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 0,571$

Cycle de la machine: $\pi = 0,6\pi_0 = 0,343 = -\frac{P}{Q_C} \Rightarrow Q_C = -\frac{P}{\pi}$

pour us: $P + Q_C + Q_F = 0$

$$\Rightarrow Q_F = -P - Q_C = -P + \frac{P}{\pi} = P \left(\frac{1}{\pi} - 1 \right) = 1,915 \cdot 10^9 \text{ W}$$

et $Q_F = D \cdot C \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q_F}{D \cdot C} = \frac{1,915 \cdot 10^9}{10^3 \cdot 400 \cdot 4,2 \cdot 10^3} = 1,14 \text{ K}$

TH 306

1^{er} principe: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$

2^e principe: $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0$

$$e = \frac{Q_1}{Q_3} = -\frac{Q_2 + Q_3}{Q_3} = -1 - \frac{Q_2}{Q_3}$$

$$\text{or } -\frac{Q_2 + Q_3}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0 = Q_3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right) + Q_2 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$\Rightarrow -\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_1} \right)}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} = \frac{T_2}{T_3} \frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_2}$$

$$\Rightarrow e = \frac{T_3 - T_1}{T_1 - T_2} \cdot \frac{T_2}{T_3} - 1$$

soit:

$$e = \frac{T_1}{T_3} \frac{T_3 - T_2}{T_2 - T_1} = 2,03$$

Machine de Carnot:

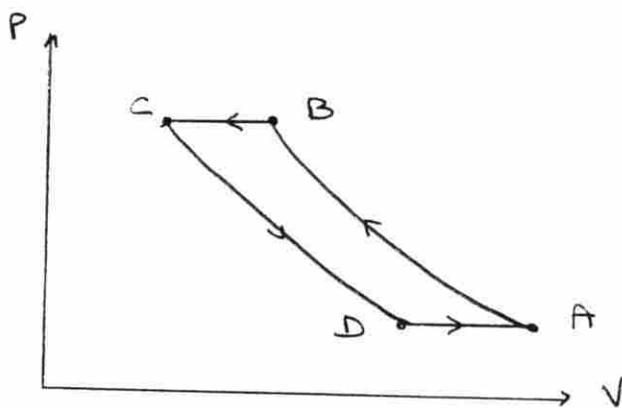
$$e_0 = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = 10,46$$

$$(10) \quad (A) : \begin{cases} P_A = 1 \text{ bar} \\ T_A = 273 \text{ K} \end{cases} \quad V_A = \frac{nRT_A}{P_A} = \underline{22,70 \text{ L}}$$

$$(B) : \begin{cases} P_B = 2 \text{ bar} \\ V_B = V_A \left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{1/\gamma} = \underline{13,83 \text{ L}} \\ T_B = \frac{P_B V_B}{R} = \underline{332,8 \text{ K}} \end{cases}$$

$$(C) : \begin{cases} P_C = P_B = 2 \text{ bar} \\ T_C = 300 \text{ K} \end{cases} \quad V_C = \frac{nRT_C}{P_C} = \underline{12,47 \text{ L}}$$

$$(D) : \begin{cases} P_D = P_A = 1 \text{ bar} \\ V_D = V_C \left(\frac{P_C}{P_D} \right)^{1/\gamma} = \underline{20,46 \text{ L}} \\ T_D = \frac{P_D V_D}{R} = \underline{246 \text{ K}} \end{cases}$$



cycle réversible.

$$(20) \quad Q_{BC} = \Delta H = C_p (T_C - T_B) = \frac{7}{2} R (T_C - T_B) = \underline{-954,4 \text{ J}}$$

$$Q_{DA} = \Delta H = C_p (T_A - T_D) = \frac{7}{2} R (T_A - T_D) = \underline{785,7 \text{ J}}$$

$$W = -Q_{BC} - Q_{DA} = \underline{+168,7 \text{ J}}$$

(30)

(a) Réfrigérateur : $e = \frac{Q_{DA}}{W} = 4,66$

(b) Chaudière : $e' = -\frac{Q_{BC}}{W} = 5,66$

(40) Cycle moteur : $\eta = -\frac{W}{Q_{BC}} = \underline{17,7 \%}$

Profil d'une tuyère

1. 1^{er} ppé en syst. ouvert:

$$\Delta(e_c + h) = q + w_a$$

$$\text{ici } q=0 \text{ et } w_a=0 \text{ donc } \frac{c^2}{2} + c_p T = c_p T_A$$

$$\text{or adiabatique réversible } \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte} \Leftrightarrow \frac{T}{e^{\gamma-1}} = \frac{T_A}{e_A^{\gamma-1}}$$

$$\text{on a alors } \underline{e = e_A \left(1 - \frac{c^2}{2c_p T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

$$2. \text{ On a } D_m = \rho c S = \text{cte} \Rightarrow \underline{D_m = \rho_A(x) S(x) \left(1 - \frac{c^2}{2c_p T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \text{cte}}$$

3. Différentiels logarithmiques D_m :

$$\frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} \Rightarrow \frac{1}{\gamma-1} \frac{\frac{c}{c_p T_A}}{1 - \frac{c^2}{2c_p T_A}} dc = 0$$

$$\frac{dS}{S} = \frac{dc}{c} \left(\frac{\frac{c^2}{c_p T_A}}{\left(1 - \frac{c^2}{2c_p T_A}\right)(\gamma-1)} - 1 \right)$$

$$\text{A l'entrée } c(b) \approx 0 \Rightarrow \frac{dS}{S} \approx -\frac{dc}{c}$$

si $c \uparrow$ alors il faut que $S \downarrow$, il faut une tuyère convergente.

Ça va fonctionner tant que la parenthèse ne change pas de signe. Au maximum, on obtient $\frac{c^2}{\text{max}} = \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \cdot 2c_p T_A$

$$\text{or } c_p = \frac{\gamma R}{\gamma(\gamma-1)} \Rightarrow \underline{c_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2\gamma R T_A}{(\gamma+1)\gamma}}}$$

Au delà il faudrait prendre une tuyère divergente pour maintenir l'augmentation de c .

Climatisation d'un véhicule

1. Comme $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, $c_p = \frac{\gamma \cdot r}{\gamma - 1} = 793 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

2. L'évolution est adiabatique réversible, donc isentropique. L'état en sortie de compresseur correspond donc à l'intersection de l'isentropique passant par (2) et de l'isobare $p_3 = 10 \text{ bar}$, soit $\theta_3 = 56 \text{ }^\circ\text{C}$

On pouvait également exploiter la loi de Laplace : $T_3 = \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_2 = 56 \text{ }^\circ\text{C}$

3. Le seul point délicat à placer est celui en fin de détente : il faut utiliser la nature isenthalpe de celle-ci : la détente est donc représentée par une verticale.

4. Elle est donnée par l'isotitre $x_v = 0,2$ Mais on peut utiliser la règle des moments :

$$x_v = \frac{h(M) - h_l}{h_v - h_l} = \frac{245 - 205}{400 - 205} = 0,205$$

5. Le premier principe pour les systèmes ouvert s'écrit ici $\Delta h_{23} = w_u + q = w_u$

Or on peut déterminer graphiquement $\Delta h_{23} = (440 - 415) \text{ kJ.kg}^{-1}$

D'autre part $\delta W_u = \delta m \cdot w_u$ et $\mathcal{P}_u = \frac{\delta W_u}{\delta t} = \frac{\delta m}{\delta t} \cdot w_u$

Soit $\mathcal{P}_u = D_m \cdot \Delta h_{12} = 3250 \text{ W}$

6. Cette fois $q_f = \Delta h = h_2 - h_6 = 169 \text{ kJ.kg}^{-1}$

7. $\mathcal{P}_f = D_m \cdot q_f = 22 \text{ kW}$

8. On souhaite soutirer l'énergie thermique à l'air pulsé. On doit pour cela fournir de l'énergie mécanique au compresseur :

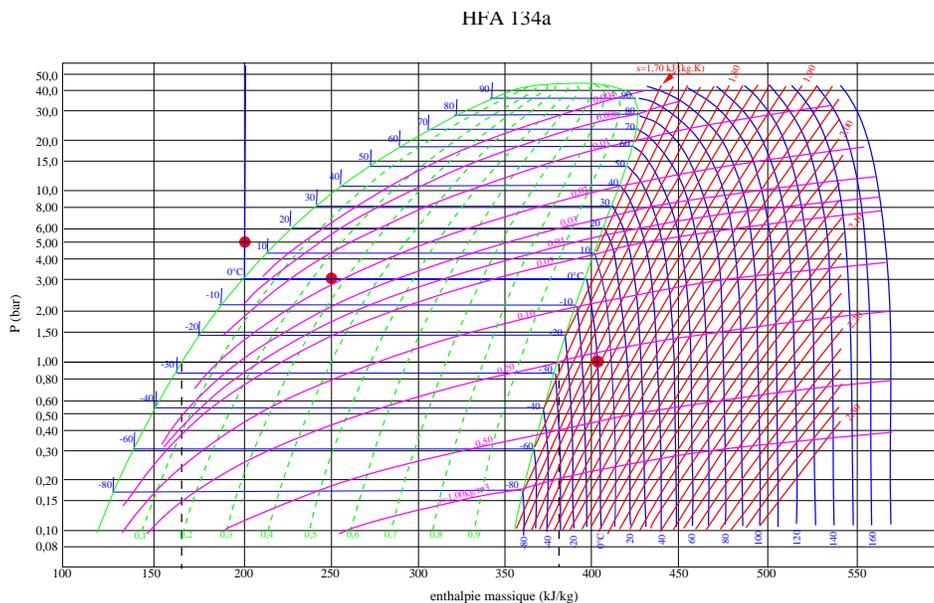
$$e = \frac{\mathcal{P}_f}{\mathcal{P}_u} = 7,3$$

9. L'air extérieur doit recevoir de l'énergie thermique du condenseur. Le transfert se fait donc du fluide vers l'extérieur. Or le transfert par conduction ou convection ne se fait que dans le sens opposé au gradient de température (Loi de Fourier). L'air extérieur ne doit être à une température inférieure à $33 \text{ }^\circ\text{C}$. Cette température semble peu élevée...

Le ventilateur favorise la convection.

Machine frigorifique : corrigé

1 Prise en mains du diagramme enthalpie-log(pression)

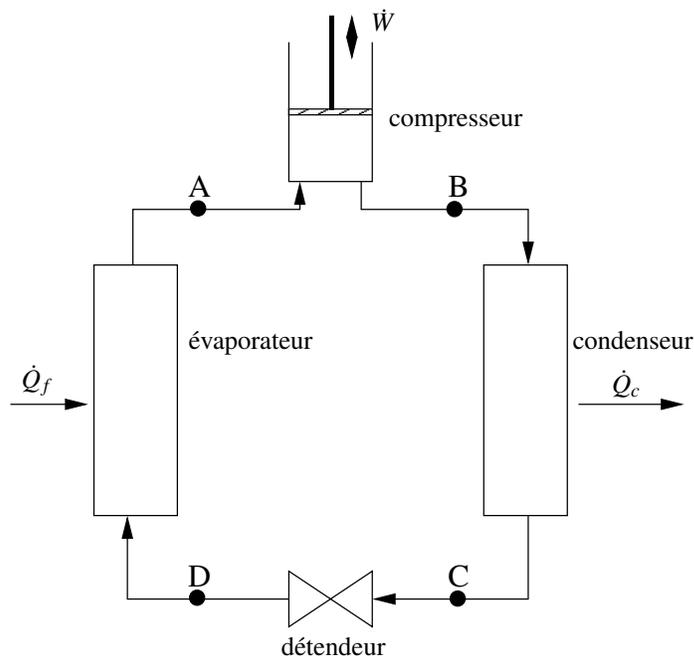


- température d'ébullition sous 1 bar : il suffit de tracer l'horizontale à 1 bar, et de repérer la température du palier de vaporisation correspondant à cette pression. Par interpolation entre -20°C et -30°C , on trouve -27°C
- enthalpie massique de vaporisation sous 1 bar (donc à -27°C) : elle correspond à la variation d'enthalpie lors de la transformation isobare isotherme : liquide saturé \rightarrow vapeur saturée, donc à la chaleur absorbée par l'unité de masse du fluide lors de sa vaporisation. C'est donc la différence entre l'enthalpie massique de la vapeur saturée (état final) et celle du liquide saturé (état initial). C'est donc la longueur du palier de vaporisation. Elle vaut :

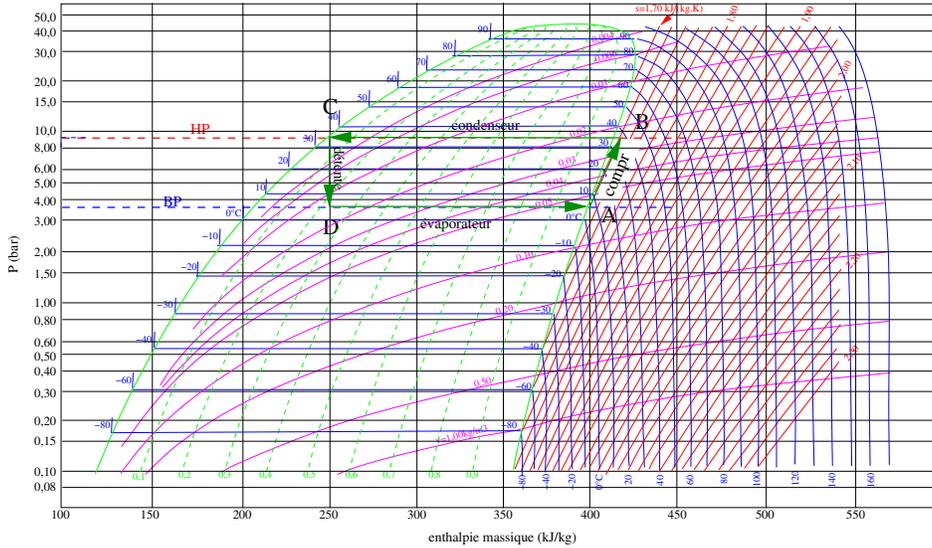
$$\Delta h^{(V-L)} = h^{(V,sat)} - h^{(L,sat)} \approx 380 - 160 = 220 \text{ kJ/kg}$$

- état du fluide (0°C , 1 bar), (0°C , 5 bar), (0°C , 3 bar, $h=250\text{ kJ/kg}$). Les positions correspondantes sur le graphique sont marquées par de gros points rouges.
- (0°C , 1 bar) : vapeur
- (0°C , 5 bar) : liquide
- (0°C , 3 bar, $h=250\text{ kJ/kg}$) : 3 bar est la pression de saturation sous 0°C , et les spécifications (0°C , 3 bar) nous placent quelque part sur le palier de changement de phase. Il faut un renseignement supplémentaire, ici l'enthalpie pour placer précisément le point. On lit ensuite, par interpolation entre les courbes à titre vapeur constant (pointillés verts), le titre vapeur : environ 26% en masse.

2 Calcul du cycle de réfrigération



HFA 134a



On commence par déterminer les pressions de l'évaporateur et du condenseur, à partir des températures imposées par le cahier des charges. La pression de l'évaporateur est la pression de saturation (pression du palier de changement de phase) à la température de 5°C : $P^{(ev)} = 3,5$ bar.

De même, la pression du condenseur est la pression de saturation du fluide à 35°C : $P^{(cd)} = 9,2$ bar.

Si le cycle lui-même est un système fermé, chacun des éléments du cycle est un système ouvert.

1. le compresseur : le fluide qui quitte l'évaporateur est une vapeur juste saturée (sur la courbe de rosée, branche de droite du dôme diphasique).

En lui appliquant le premier principe (version pour les systèmes ouverts en régime permanent), on obtient :

$$\dot{M}(h^{(B)} - h^{(A)}) + \dot{M}(k^{(B)} - k^{(A)}) = \dot{W} + \dot{Q}$$

Nous admettons que les diamètres de conduites sont suffisants pour permettre de négliger les énergies cinétiques. On sait de plus que le compresseur est adiabatique, il reste :

$$\dot{M}(h^{(B)} - h^{(A)}) = \dot{W} \tag{1}$$

Nous admettons de plus que la compression est *réversible* :

- il est clair que la compression est renversible : on peut faire circuler le fluide "à l'envers" le fluide dans le compresseur, au lieu de devoir fournir de l'énergie mécanique, on va en récupérer du fait de la détente
- par contre, la compression n'est pas quasi-statique : le piston a un mouvement rapide. L'hypothèse de réversibilité n'est justifiée que dans un "pré-design" de l'installation, dans la pratique, il faudra tenir compte de la non-réversibilité du compresseur.

Sous ces hypothèses (adiabatique-réversible) la compression est *isentropique*.

Les courbes isentropes étant tracées sur le diagramme, on peut place le point correspondant à la sortie du compresseur sur la même isentrope que le point représentant l'entrée.

L'équation 1 montre que l'énergie dépensée par kg de fluide comprimé est égale à la différence d'abscisse entre l'entrée et la sortie du compresseur, soit

$$\dot{W}/\dot{M} = 17 \text{ kJ/kg}$$

2. Le condenseur transforme le gaz sortant du compresseur en un liquide saturé, en cédant à l'extérieur une puissance thermique \dot{Q}_c . Il fonctionne à pression constante.

Le tracé de la transformation sur le diagramme est donc évident (horizontale depuis la sortie du compresseur jusqu'à la courbe de bulle).

Le premier principe appliqué au condenseur conduit à :

$$\dot{M}(h^{(C)} - h^{(B)}) = -\dot{Q}_c \quad (2)$$

Nous lisons directement \dot{Q}_c/\dot{M} en abscisse sur le diagramme :

$$\dot{Q}_c/\dot{M} \approx 417 - 248 = 169 \text{ kJ/kg}$$

3. la détente se fait sans échange de travail et de chaleur avec l'extérieur. Nous avons donc :

$$\dot{M}(h^{(D)} - h^{(C)}) = 0 \quad (3)$$

La détente isenthalpe est donc représentée par une verticale sur le diagramme, qui descend jusqu'à la pression de l'évaporateur. On en déduit l'état du fluide à la sortie de la détente : température = 5°C, fraction vaporisée de 23% environ : le liquide saturé s'est partiellement vaporisé en se détendant, d'où la diminution de température puisqu'il n'y a pas de chaleur reçue de l'extérieur.

4. l'évaporateur transforme ce fluide partiellement vaporisé en une vapeur saturée, la transformation se faisant à pression constante. Il est donc représenté par une horizontale, qui rejoint la courbe de rosée (entrée du compresseur), ce qui permet de refermer la boucle.

Le premier principe pour l'évaporateur s'écrit :

$$\dot{M}(h^{(A)} - h^{(D)}) = \dot{Q}_f \quad (4)$$

et on lit en abscisses :

$$\dot{Q}_f / \dot{M} \approx 400 - 248 = 152 \text{ kJ/kg}$$

Notre cahier des charges impose $\dot{Q}_f = 1 \text{ kW}$, nous en tirons le débit massique de fluide qui doit parcourir le cycle : $\dot{M} = 1000/152 = 6,57 \text{ g/s}$

Notre machine met donc en jeu les puissances suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{Q}_f &= 1000 \text{ W} \\ \dot{Q}_c &= 1112 \text{ W} \\ \dot{W} &= 112 \text{ W} \end{aligned}$$

Coefficient de performance

Application des deux principes au cycle complet Le cycle complet est un système fermé. Pour lui appliquer le premier principe, il faut considérer deux instants successifs, séparés de Δt . Entre ces deux instants, les variables d'état en tout point sont restées constantes (même si, le fluide tournant dans la machine, ce ne sont pas les mêmes molécules qui sont en chaque point du cycle). Les fonctions d'état du système global sont donc aussi constantes dans le temps. Il en va de même pour l'énergie cinétique, constante en tout point du cycle.

Le premier principe s'écrit donc :

$$\Delta U + \Delta K = 0 = (\dot{W} + \dot{Q}_f - \dot{Q}_c)\Delta t$$

d'où :

$$\dot{W} + \dot{Q}_f - \dot{Q}_c = 0$$

résultat qui est déjà implicite dans notre construction graphique (en cycle).

On peut calculer le coefficient de performance du cycle :

$$COP = \frac{\dot{Q}_f}{\dot{W}} = \frac{1000}{112} = \frac{152}{17} = 8,9$$

Il ne s'agit pas d'un rendement, dans la mesure où les deux puissances \dot{Q}_f et \dot{W} sont toutes les deux *consommées* par le cycle. Ce résultat indique que pour arriver à soutirer une certaine puissance thermique à la source froide, il suffit d'utiliser une puissance mécanique 8,9 fois plus faible (la somme de ces deux puissances étant cédée à la source chaude).

On comprend qu'une pompe à chaleur est beaucoup plus avantageuse, en termes de consommation énergétique, qu'un radiateur électrique.

Le coefficient de performance pour un cycle réversible serait (cf chapitre 6) :

$$COP_{rev} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{278}{308 - 278} = 9,3$$

Cela laisse supposer que notre cycle n'est pas réversible. On peut le voir aussi en appliquant le second principe au cycle fermé pendant l'intervalle de temps Δt :

$$\Delta S = 0 = \Delta_e S + \Delta_i S = \Delta t \left(\frac{\dot{Q}_f}{T_f} - \frac{\dot{Q}_c}{T_c} \right) + \Delta_i S$$

On en tire $\frac{\Delta_i S}{\Delta t} = +0,013 \text{ W/K}$

Le fait de trouver un résultat strictement positif indique que la transformation est irréversible.

En fait, dans le cycle frigorifique, la détente est une opération irréversible, puisque non renversable (si on fait circuler le fluide en sens inverse dans la vanne, sa pression ne va pas remonter !) Pour se rapprocher de la réversibilité, il faudrait remplacer la détente irréversible (dans une vanne) par une détente réversible, par exemple au travers d'une turbine, ce qui permettrait de récupérer une puissance mécanique qui viendrait en déduction de la puissance de compression.

! Remarque Ce n'est pas parce que le fluide décrit un cycle que toutes les transformations qu'il subit sont réversibles !