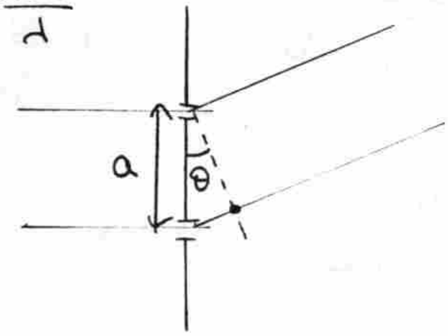
OPT 302

(1°) $\varepsilon = 0$.

(a) $\varphi = \dfrac{2\pi\delta}{\lambda}$



$\delta = a\sin\theta - a\sin\theta_0$.

$\varphi = \dfrac{2\pi a}{\lambda}\left[\sin\theta - \sin\theta_0\right]$ ici $\theta_0 = 0$.

$\Rightarrow \boxed{\varphi = \dfrac{2\pi a}{\lambda}\sin\theta}$

(b) $$\boxed{s(\theta) = A_0 \sum_{k=0}^{N-1} \exp(ik\varphi)}$$

Maximum de lumière pour $\varphi = 2K\pi \Rightarrow \boxed{\sin\theta_K = K\cdot\dfrac{\lambda}{a}}$.

(2°) $\varepsilon \neq 0$.

(a) $(\theta) = A_0 \sum\limits_{k=0}^{N-1} e^{i\varphi_k}$ $\qquad \varphi_k = \dfrac{2\pi}{\lambda}\left[ka + \varepsilon\sin\left(\dfrac{2\pi k}{p}\right)\right]\sin\theta$.

$$\Rightarrow A(\theta) = A_0 \sum_{k=0}^{N-1} e^{ik\varphi} \times \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda}\varepsilon\sin\theta\sin\frac{2\pi k}{p}\right).$$

puisque ε est petit : $\exp\left(\dfrac{2i\pi}{\lambda}\varepsilon\sin\theta\sin\dfrac{2k\pi}{p}\right) \# 1 + \varepsilon\cdot\dfrac{2i\pi}{\lambda}\sin\theta\sin\dfrac{2k\pi}{p}$

$$\# 1 + \varepsilon\frac{\pi}{\lambda}\sin\theta\left(e^{2k\pi/p} - e^{-2k\pi/p}\right).$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} A(\theta) = A_0\sum_{k=0}^{N-1} e^{ik\varphi} &+ \varepsilon\frac{\pi}{\lambda}\sin\theta\, A_0\sum_{k=0}^{N-1} e^{ik\left(\varphi+\frac{2\pi}{p}\right)} \\ &- \varepsilon\frac{\pi}{\lambda}\sin\theta\, A_0 \sum_{k=0}^{N-1} e^{ik\left(\varphi-\frac{2\pi}{p}\right)}. \end{aligned}}$$

et $\dfrac{\pi\sin\theta}{\lambda} = \dfrac{\varphi}{2a}$.

(b) Pour chaque raie $\varphi = 2K\pi$, on a aussi 2 raies satellites $\varphi + \frac{2\pi}{p} = 2K\pi$ et $\varphi - \frac{2\pi}{p} = 2K\pi$ correspondant aux valeurs de θ qui rendent maximal le 2° ou le 3° terme.

$$\left\{\begin{array}{l} \varphi = 2K\pi \\ \varphi = 2K\pi - \frac{2\pi}{p} \\ \varphi = 2K + \frac{2\pi}{p} \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{\left\{\begin{array}{l} \sin\theta_K = K.\frac{\lambda}{a} \\ \theta'_K = \text{Arcsin}\left[\left(K-\frac{1}{p}\right)\frac{\lambda}{a}\right] \\ \theta''_K = \text{Arcsin}\left[\left(K+\frac{1}{p}\right)\frac{\lambda}{a}\right]. \end{array}\right.}$$

Les raies satellites sont bcp moins intenses car ε petit.

(3°)

(a) $$\sin\theta''_K - \sin\theta'_K = 2\sin\frac{\theta''_K - \theta'_K}{2}\cos\frac{\theta'_K + \theta''_K}{2} = \frac{2\lambda}{ap} = \frac{2\sin\theta_K}{Kp}$$

$$\# \ 2\sin\frac{\Delta\theta_K}{2}\cos\theta_K$$

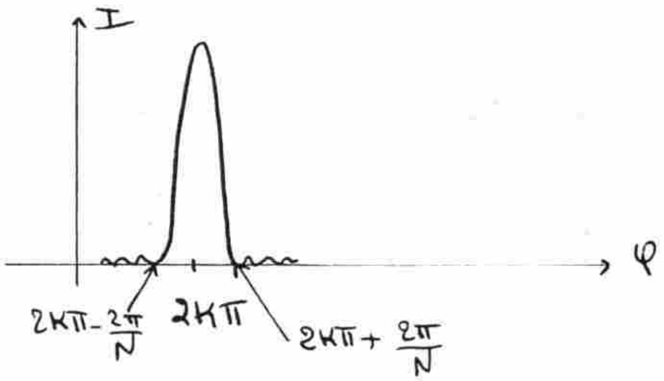
$$\Rightarrow \boxed{\Delta\theta K \simeq \frac{2\tan\theta_K}{Kp}.}$$

(b) (*) Pour la raie principale: $\mathcal{A}(\theta) = N\mathcal{A}_0 \dfrac{1-e^{iN\varphi}}{1-e^{i\varphi}}$

$$\Rightarrow I(\theta) = N^2\mathcal{A}_0^2\left[\frac{\sin N\varphi/2}{N\sin\varphi/2}\right]^2$$

$$\Rightarrow \boxed{I(\theta) = I_0\left[\frac{\sin(N\varphi/2)}{N\sin\varphi/2}\right]^2}$$

Largeur angulaire:



$$\Rightarrow \delta\varphi = \frac{4\pi}{N}$$

or $\varphi = \dfrac{2\pi a}{\lambda}\sin\theta \Rightarrow \delta\varphi = \dfrac{2\pi a}{\lambda}\cos\theta\,\delta\theta$

$$\Rightarrow \boxed{\delta\theta_K = \frac{2\lambda}{aN\cos\theta_K}}$$ largeur angulaire de la raie principale d'ordre K.

(*) Raies satellites : on peut procéder de même en remplaçant φ par $\varphi \pm \frac{2\pi}{p}$ on obtient la même largeur angulaire

(c) Les raies satellites sont séparées de la raie normale si l'écart angulaire $\frac{\Delta\theta_K}{2}$ entre raie principale et 1 raie satellite est supérieur à $\delta\theta_K/2$ pour une raie :

soit $\Delta\theta_K > \delta\theta_K$. donc si $\boxed{N > p}$.

(4°)

$$y = \varepsilon^2 \frac{\pi^2}{\lambda^2} \sin^2\theta \quad \text{avec} \quad \sin\theta = K \cdot \frac{\lambda}{a} \quad \text{cela donne :}$$

$$\boxed{y = K^2 \frac{\pi^2 \varepsilon^2}{a^2}} \ll 1$$

(5°) $N = n\ell = 12\,000$ $\quad a = \frac{1}{n} = 2{,}5\ \mu m$.

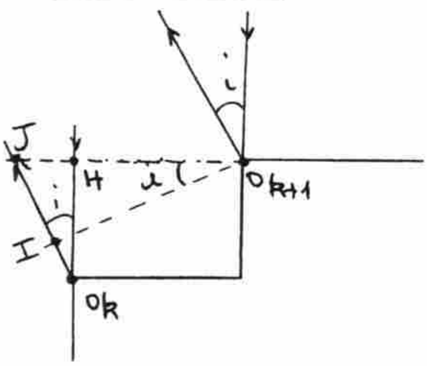
avec les relations :

$$\begin{cases} \theta_K = \text{Arcsin}\ \frac{K\lambda}{a} \\ \delta\theta_K = \frac{2\tan\theta_K}{Kp} \\ \Delta\theta_K = \frac{2\tan\theta_K}{KN}. \end{cases}$$

on obtient pour les 2 spectres :

$K=1$: $\theta_K = 12°37'$ $\quad \delta\theta_K = 7{,}7''$ $\quad \Delta\theta_K = 2'34''$

$K=2$: $\theta_K = 25°54'$ $\quad \delta\theta_K = 8{,}3''$ $\quad \Delta\theta_K = 2'47''$



(10) $\delta = HO_k + O_kI = e + O_kI$

$JO_k = \dfrac{e}{\cos i}$ $\qquad IJ = JO_{k+1} \sin i$

$JO_{k+1} = JH + HO_{k+1}$
$= e \tan i + b$

et $IO_k = JO_k - IJ = \dfrac{e}{\cos i} - (e \tan i + b)\sin i$

D'où $\delta = \dfrac{e}{\cos i} - (e\tan i + b)\sin i + e$.

$$\Rightarrow \boxed{\delta = e(1+\cos i) - b\sin i}$$

Avec la relation des réseaux démontrée dans le cours :

$$\boxed{\mathcal{E}(i) = \mathcal{E}_0 \underbrace{\operatorname{sinc}^2 \frac{\pi b \sin i}{\lambda}}_{\text{diffraction par la largeur } b} \underbrace{\left[\frac{\sin \frac{n\pi\delta}{\lambda}}{n \sin \frac{\pi\delta}{\lambda}} \right]^2}_{\text{interférences à } n \text{ ondes.}}}$$

(20) Maximum d'ordre k : $\delta = k\lambda$. pour $i=0$, cela donne : $2e = k\lambda$

pour cette valeur de k : $\operatorname{sinc}^2 \dfrac{\pi b \sin i}{\lambda} = 1$ $(i=0)$.

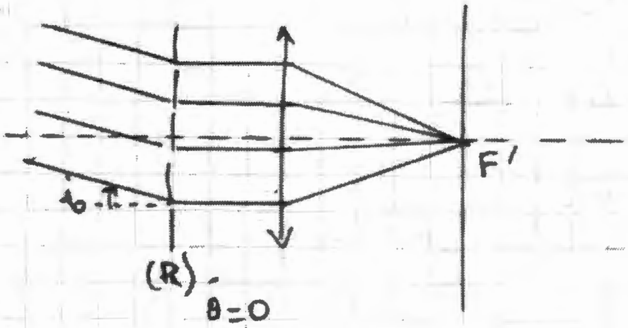
pour les valeurs $k-1, \dots$ $k+1 \dots$: les max. sont distants de $\dfrac{\lambda}{b}$ $\left[2e - b\sin i = (k\pm 1)\lambda \Rightarrow i = \pm \dfrac{\lambda}{b} \right]$; pour ces valeurs le terme de diffraction s'annule.

$\Rightarrow$ <u>il n'y a de la lumière que pour la direction $i=0$, ordre k.</u>

$$\boxed{k = \frac{2e}{\lambda} = 4000}$$

Exercice 1

1°) a)



$i_0 < 0$.

b) $\theta = 0$ à l'ordre $k=1$: $i_0 = -\text{Arc}\sin\left(\frac{\lambda}{a}\right) = -6{,}9°$

200 t/mm $\Rightarrow a = 5\,\mu m$.

2°) a) on observe à chaque ordre les images de la source pour chaque couleur.

b) si on garde $i_0 = -6{,}9°$, on a :

$$\sin i = \sin i_0 + k\frac{\lambda}{a} = (k-1)\frac{\lambda}{a}$$

on doit avoir $|\sin i| \leq 1$ d'où $\left|(k-1)\frac{\lambda}{a}\right| \leq 1$

$$\Rightarrow |k-1| \leq \frac{a}{\lambda} = 8{,}33$$

$$\Leftrightarrow -8{,}33 \leq k-1 \leq 8{,}33.$$

$$\Leftrightarrow -7{,}33 \leq k \leq 9{,}33$$

soit $k \in [-7 ; 9]$ soit 17 ordres.

En réalité, le champ d'interférences est limité par la diffraction (par chaque motif de largeur ε)

largeur du champ (en angle) : $\Delta i = 2\frac{\lambda}{\varepsilon}$

Sur DE, τ diminue lorsque $\mathcal{E}_0$ croît, ce qui explique la faible croissance de $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \tau$.

Lorsque, partant de l'état E, on diminue $\mathcal{E}_0$ ($q \nearrow$), il n'y a qu'un point d'intersection tant que $q < q_2$ et le système décrit l'arc DE. Pour $q_2 < q < q_1$, il y a 3 intersections et le système choisit la valeur élevée de τ par continuité $\Rightarrow$ arc DF.

Pour $q > q_1$: plus qu'une intersection possible, correspondant à τ faible (arc AB) $\Rightarrow$ discontinuité en $q = q_1$.

ⓒ Pour un système à qui on impose une valeur de $\beta\mathcal{E}_0$ donnée, il y a deux pts de fctmt (bistable) correspondant à une faible et une grande valeur de $\beta\mathcal{E}$, suivant que le système a été soumis à un éclairement fort ou faible avant d'atteindre la valeur donnée $\beta\mathcal{E}_0$.

Ainsi, le système garde en mémoire une information binaire

$$\begin{cases} \mathcal{E}_0 \text{ faible} \Rightarrow \tau \text{ faible} & 0 \\ \mathcal{E}_0 \text{ fort} \Rightarrow \tau \text{ fort} & 1. \end{cases}$$

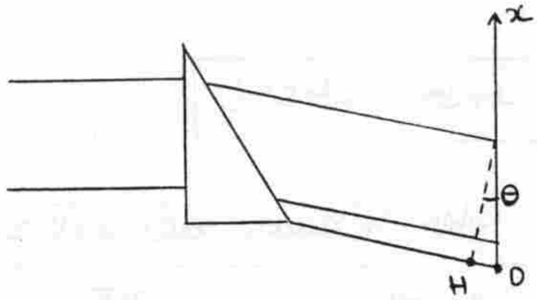
OPT 304 — Principe de l'holographie

(1°) Onde plane ⇒ surface d'onde = plan et amplitude constante dans un plan d'onde.

(Σ_0) est une onde plane, (Σ_P) aussi.

(2°) $\theta = (n-1)A$

(3°)



$$\Phi_0(x) = -\frac{2\pi\delta_0(x)}{\lambda}$$

avec $\delta = OH = x\sin\theta$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi_0(x) = -\frac{2\pi x\sin\theta}{\lambda}}$$

avec $\sin\theta \# \theta = (n-1)A$.

(4°)

(a) $a(x)$ dépend de x donc (Σ) n'est pas une onde plane.

(b) Si (Σ) est seule, l'éclairement en M est : $\mathcal{E}_\Sigma(M) = a^2(x)$

on perd alors l'information sur la phase donc sur le relief de l'objet ob. (on a alors une simple photographie).

(5°) Interférences entre (Σ) et (Σ_P) :

(a) on peut faire l'approximation scalaire.

(b) amplitude : $s(M) = a(x)\,e^{j\phi(x)} + a_0\,e^{j\phi_0(x)}$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}(M) = a^2(x) + a_0^2 + 2a_0a(x)\cos\left(\phi(x) - \phi_0(x)\right)}$$

(6°) $t(x) = \left[\mathcal{E}(x)\right]^{-\gamma/2}$

$$= a_0^{-\gamma}\left[1 + \frac{2a(x)}{a_0}\cos(\phi-\phi_0) + \left(\frac{a(x)}{a_0}\right)^2\right]^{-\gamma/2}$$

au 1er ordre en $\frac{a}{a_0}$: $\boxed{t(x) \# a_0^{-\gamma}\left[1 - \gamma\frac{a(x)}{a_0}\cos(\phi-\phi_0)\right]}$

ⓐ $s(\vec{u}) = K \int_{-a}^{a} \int_{-b}^{b} t(x)\, e^{-\frac{2j\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)}\, dx\,dy$

alors
$$\boxed{\begin{aligned} s(\vec{u}) = K a_0^{-\gamma} \Big[& \int_{-a}^{a} \int_{-b}^{b} e^{\frac{2j\pi}{\lambda}(\alpha x + \beta y)}\, dx\,dy \\ & - \frac{\gamma}{2} \int_{-a}^{a} \int_{-b}^{b} \frac{a(x)}{a_0}\, e^{\frac{2j\pi}{\lambda}(\alpha-(n-1)A)x}\, e^{-j\phi(x)}\, e^{\frac{2j\pi}{\lambda}y}\, dx\,dy \\ & - \frac{\gamma}{2} \int_{-a}^{a} \int_{-b}^{b} \frac{a(x)}{a_0}\, e^{\frac{2j\pi}{\lambda}(\alpha+(n-1)A)x}\, e^{j\phi(x)}\, e^{\frac{2j\pi}{\lambda}y}\, dx\,dy \end{aligned}}$$

ⓑ si on suppose $a(x) = a_1$ est indépendant de x :

$$\boxed{I_1 = 2a \cdot 2b \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\alpha a}{\lambda}\,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\beta b}{\lambda}.}$$

$$\boxed{I_2 = \frac{a_1}{a_0} \cdot 2b \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\beta b}{\lambda} \int_{-a}^{a} e^{\frac{2j\pi}{\lambda}(\alpha-(n-1)A)x}\, e^{-j\phi(x)}\, dx}$$

$$\boxed{I_3 = \frac{a_1}{a_0}\, 2b \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\beta b}{\lambda} \int_{-a}^{a} e^{\frac{2j\pi}{\lambda}(\alpha+(n-1)A)x}\, e^{j\phi(x)}\, dx.}$$

A la différence du (40) ⓑ, l'amplitude et l'intensité dans la direction $\vec{u}$ dépendent de $\phi(x)$ donc l'hologramme permettra de voir le relief de l'objet Ob.

Au voisinage des directions $\theta = (n-1)A$ et $-(n-1)A$ on a :

$$I_2 \# \frac{a_1}{a_0}\, 2b \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\beta b}{\lambda} \int_{-a}^{a} e^{-j\phi(x)}\, dx$$

$$I_3 = \frac{a_1}{a_0}\, 2b \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\beta b}{\lambda} \int_{-a}^{a} e^{j\phi(x)}\, dx$$

$$\Rightarrow I_2 + I_3 = \frac{a_1}{a_0}\, 2b \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\beta b}{\lambda} \int_{-a}^{a} 2\cos\phi(x)\, dx$$

on a donc :
$$\boxed{s(\vec{u}) = K a_0^{-\gamma}\, 2b \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\beta b}{\lambda}\left[2a \,\mathrm{sinc}\,\frac{2\pi\alpha a}{\lambda} - \gamma \frac{a_1}{a_0} \underbrace{\int_{-a}^{a} \cos\phi(x)\,dx}\right]}$$

terme permettant de reconstituer le relief de Ob en éclairant l'hologramme.

OPT 205

(10) Fabry-Perot.

(a) $\underline{a_k} = \underline{a_{k-1}} (\sqrt{R})^2 e^{-j\phi}$

$$\Rightarrow \underline{a_k} = \underline{a_1} \left(R e^{-j\phi}\right)^k = \boxed{A_0 (1-R) \left[R e^{-j\phi}\right]^k}$$

Le rapport des éclairements des 2 premières ondes transmises est $R^2 = 0,64$ ce qui interdit qu'on se limite à ces 2 ondes.

$\underline{a} = \sum_{k=1}^{N} \underline{a_k}$ or l'amplitude des termes $\underline{a_k}$ $k>N$ est négligeable donc (pour $i \neq 0$) :

$$\underline{a} \# \sum_{k=1}^{\infty} \underline{a_k}$$

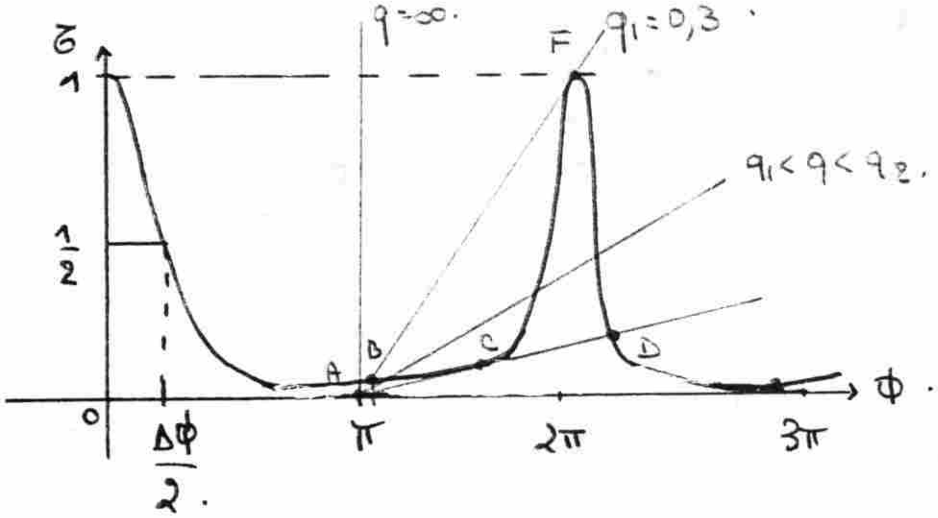
(pour $i=0$, il y a une infinité d'ondes qui se superposent)

Pour $i \neq 0$, <u>le nombre d'ondes est limité par la largeur de la lame.</u>

(b) $$\underline{a}(M) = \sum_{k=0}^{\infty} (1-R)\left(R e^{-j\phi}\right)^k A_0 = \boxed{\frac{(1-R)\,A_0}{1-R\,e^{-j\phi}}}$$

$$\boxed{\mathcal{E}(M) = |a|^2 = \frac{(1-R)^2 A_0^2}{1+R^2-2R\cos\phi}}$$

$$\mathcal{T} = \frac{\mathcal{E}(\phi)}{\mathcal{E}(0)} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\phi}{2}} = \boxed{\frac{1}{1+F\sin^2\frac{\phi}{2}}}$$ avec $F = \frac{4R}{(1-R)^2} = 80$.



on suppose $\Delta\phi$ faible a priori : $\sin^2\frac{\Delta\phi}{2} \# \frac{\Delta\phi^2}{4}$

D'où : $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+F\frac{\Delta\phi^2}{4}}$ $\Rightarrow$ $\Delta\phi = \frac{2}{\sqrt{F}} = 0{,}22$ rad ($\simeq 3\%$ de 2π). $\ll 2\pi$.

D'où la <u>finesse des anneaux</u>. $\boxed{\mathcal{F} = \pi\sqrt{F} = 28}$

On obtient donc des <u>anneaux très fins se détachant très nettement sur fond sombre</u>. Les pointés des anneaux et les mesures sont alors très précis ($\neq$ dispositif à 2 ondes).

(20) Mémoire optique

(a) Eclairé sous incidence normale $i=0$.

avec l'indice n : $\phi = \frac{2ne \cdot 2\pi}{\lambda}$. $\quad n = n_0 + \beta\mathcal{E}$.

La valeur $n_0 = \frac{\pi}{2}$ a pour seul mérite de simplifier les calculs et d'être proche de la valeur 1,5 de l'indice des solides.

$$\Rightarrow \quad \phi = \frac{4\pi n_0 e}{d_0} + \frac{4\pi \beta e}{d_0}\,\mathcal{E}.$$

avec $n_0 = \frac{\pi}{2}$ et $d_0 = 4 n_0 e$, il vient : $\phi = \pi + \frac{\pi\beta}{n_0}\,\mathcal{E}$

soit : $\phi = \pi + 2\beta\mathcal{E}$.

puis $\boxed{\tau(\phi) = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0} = \frac{\phi - \pi}{2\beta\mathcal{E}_0}}.$

et on a encore $\quad \tau(\phi) = \dfrac{1}{1 + 80\sin^2\frac{\phi}{2}}$

Donc $\mathcal{E}$ correspond à l'intersection des 2 courbes : le $\tau(\phi)$ précédent et la droite $\tau = q(\phi - \pi)$ $\quad \boxed{q = \frac{1}{2\mathcal{E}_0\beta}}.$

<u>L'intersection, (ordonnée) fournit τ donc $\mathcal{E}$ par $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0\tau$.</u>

(b)

<u>Pour $\mathcal{E}_0 = 0$</u> : $q \to \infty$ et un seul point de fct $\phi = \pi$

<u>Si $\mathcal{E} \nearrow$</u> : $q \searrow$ et tant que q n'atteint pas la valeur critique $q = q_1 = 0{,}3$, il y a un seul point d'intersection qui assure la continuité (donc correspondant à une faible valeur de τ). <u>τ reste $\simeq$ constant ce qui correspond à la portion AB</u>

<u>Si $\mathcal{E} \nearrow$ encore</u> : $q < q_1$ - il y a 3 intersections possibles et par continuité, on choisit τ le + petit - τ augmente légèrement donc $\beta\mathcal{E}$ aussi $\Rightarrow$ portion <u>BC</u>.

<u>En C</u> : $q = q_2$ il n'y a plus qu'un point de fct correspondant à une faible valeur de τ. $(q_2 = 0{,}015)$

$\Rightarrow$ <u>arc DE</u>

Lorsque q passe à la valeur q_2, le système impose une discontinuité de $\mathcal{E}$

Sur DE, τ diminue lorsque $\mathcal{E}_0$ croît, ce qui explique la faible croissance de $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0\tau$. ⑤

Lorsque, partant de l'état E, on diminue $\mathcal{E}_0$ ($q \nearrow$), il n'y a qu'un point d'intersection tant que $q<q_2$ et le système décrit l'arc DE. Pour $q_2<q<q_1$, il y a 3 intersections et le système choisit la valeur élevée de τ par continuité $\Rightarrow$ arc DF.

Pour $q>q_1$: plus qu'une intersection possible, correspondant à τ faible (arc AB) $\Rightarrow$ discontinuité en $q=q_1$.

ⓒ Pour un système à qui on impose une valeur de $\beta\mathcal{E}_0$ donnée, il y a deux pts de fct^t (bistable) correspondant à une faible et une grande valeur de $\beta\mathcal{E}$, suivant que le système a été soumis à un éclairement fort ou faible avant d'atteindre la valeur donnée $\beta\mathcal{E}_0$.

Ainsi, le système garde en mémoire une information binaire
$$\begin{cases} \mathcal{E}_0 \text{ faible} \Rightarrow \tau \text{ faible} & 0 \\ \mathcal{E}_0 \text{ fort} \Rightarrow \tau \text{ fort} & 1. \end{cases}$$

Système analogue électronique : comparateur à hystérésis

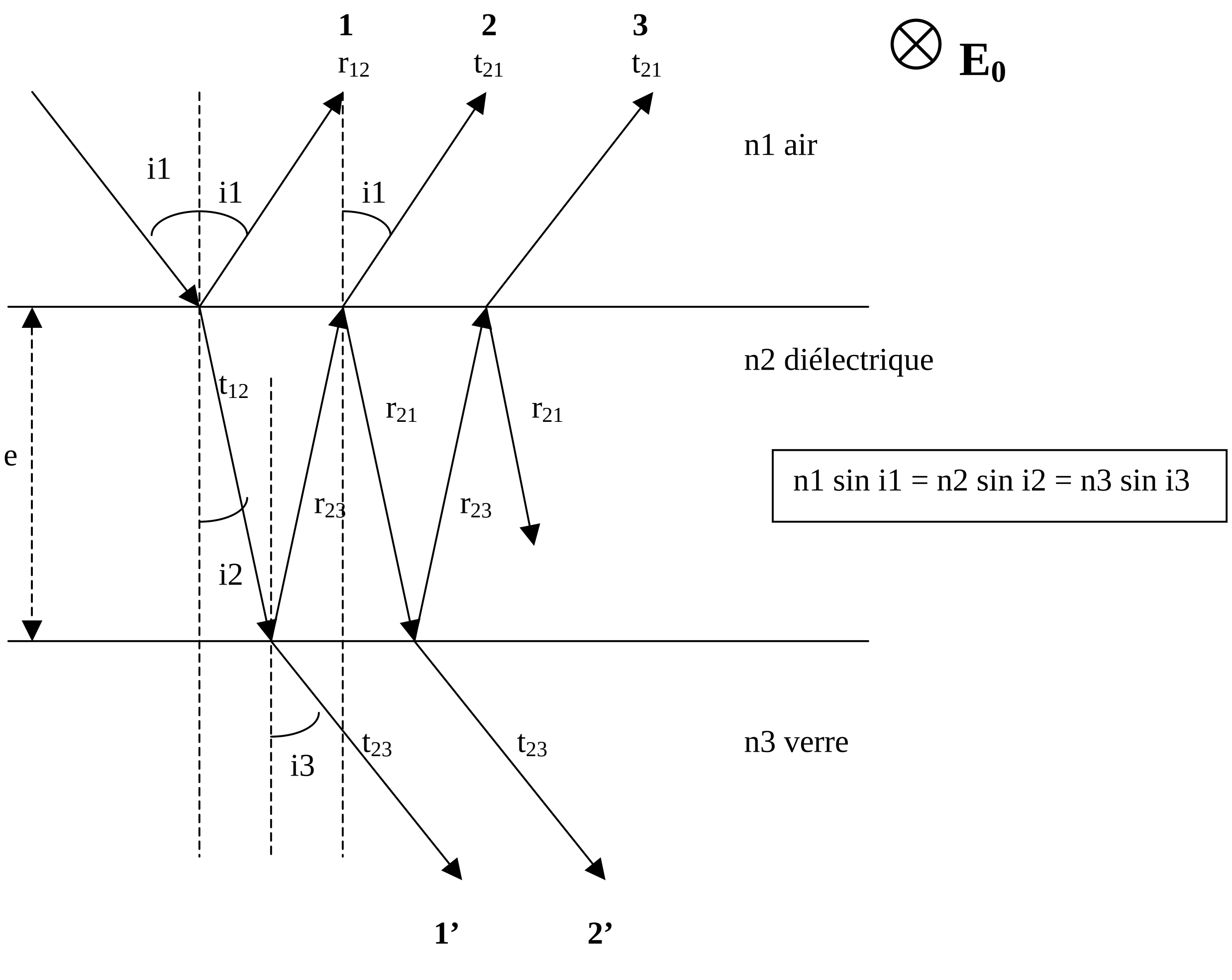
Couche anti reflets

I - Position du problème

La clarification consiste à déposer sur le verre une couche anti reflets qui fonctionne par interférences destructives pour la réflexion.

II - Principe

On dépose sur du verre d'indice n3 une couche fine diélectrique d'indice n2.



Le déphasage entre les rayons réfléchis 1-2, 2-3, … et transmis 1'-2', 2'-3', … est égal à :

$$\boldsymbol{\delta = (4 \pi / \lambda)\, n2 \cos i2}$$

Soit r_{ij} et t_{ij} les coefficients de réflexion et transmission du milieu i vers le milieu j en supposant le champ éléctrique $\mathbf{E_0}$ incident perpendiculaire au plan d'incidence :

$r_{12} = (n1 \cos i1 – n2 \cos i2) / (n1 \cos i1 + n2 \cos i2)$
$r_{21} = (n2 \cos i2 – n1 \cos i1) / (n1 \cos i1 + n2 \cos i2) = - r_{12}$

$r_{23} = (n2 \cos i2 – n3 \cos i3) / (n2 \cos i2 + n3 \cos i3)$

$t_{12} = 2\, n1 \cos i1 / (n1 \cos i1 + n2 \cos i2)$
$t_{21} = 2\, n2 \cos i2 / (n1 \cos i1 + n2 \cos i2)$
$t_{23} = 2\, n2 \cos i2 / (n3 \cos i3 + n2 \cos i2)$

Champ réfléchi:

On a $E_r = E_0 [r_{12} + t_{12} r_{23} t_{21} e^{i\delta} (1 + r_{21} r_{23} e^{i\delta} + (r_{21} r_{23})^2 e^{i2\delta} + (r_{21} r_{23})^3 e^{i3\delta} + ...)]$

Il y a dans le second terme une progression géométrique de premier terme 1 et de raison $r_{21} r_{23} e^{i\delta}$ de module < 1, donc convergente vers 0. On en déduit :

$E_r = E_0 [r_{12} + (t_{12} r_{23} t_{21} e^{i\delta}) / (1 - r_{21} r_{23} e^{i\delta})]$

Champ transmis:

On a $E_t = E_0\, t_{12}\, t_{23} (1 + r_{21} r_{23} e^{i\delta} + (r_{21} r_{23})^2 e^{i2\delta} + (r_{21} r_{23})^3 e^{i3\delta} + ...)$

Soit $E_t = E_0\, t_{12} t_{23} / (1 - r_{21} r_{23} e^{i\delta})]$

Intensités

Les intensités réfléchies et transmises sont données par $I_r = E_r E_r^*$ et par $I_t = E_t E_t^*$

$I_r = I_0 [r_{12}^2 + ((t_{12} r_{23} t_{21})^2 + 2\, r_{12}\, r_{23}\, t_{12} t_{21} (\cos \delta - r_{12}\, r_{23})) / ((1 - r_{21} r_{23})^2 + 4\, r_{21} r_{23} \sin^2(\delta/2))]$

$I_t = I_0 (t_{12} t_{23})^2 / ((1 - r_{21} r_{23})^2 + 4\, r_{21} r_{23} \sin^2(\delta/2))$

En incidence normale,

$r_{12} = (n1– n2) / (n1 + n2)$
$r_{21} = (n2– n1) / (n1 + n2) = - r_{12}$
$r_{23} = (n2– n3) / (n2 + n3)$

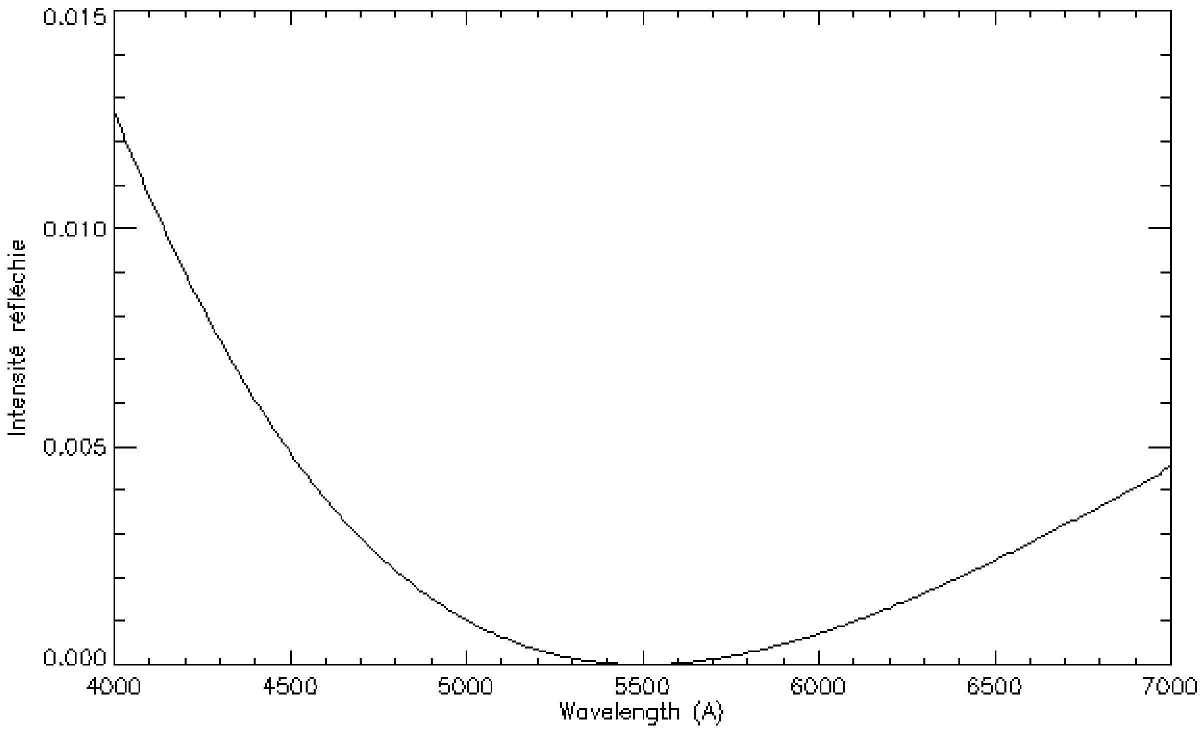
$t_{12} = 2\, n1 / (n1 + n2)$
$t_{21} = 2\, n2 / (n1 + n2)$
$t_{23} = 2\, n2 / (n3 + n2)$

Il n'y a pas de réflexion si interférence destructive, soit si $\boldsymbol{\delta = \pi}$ ce qui donne la relation :

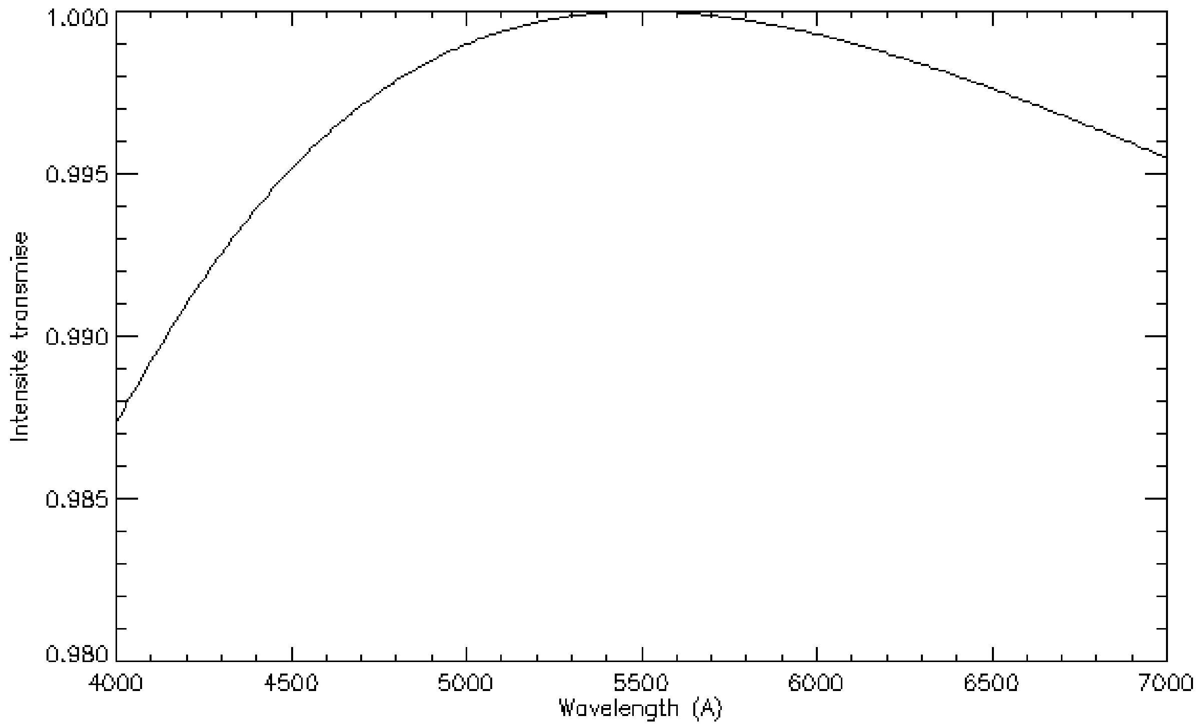
$\mathbf{e = \lambda / (4\, n2)}$

Dans ce cas, $E_r = 0$ entraîne $\mathbf{n2 = (n1\, n3)^{1/2}}$

On a tracé ci dessous, pour n1 = 1 (air) et n3 = 1.5 (verre) les intensités réfléchies et transmises par une **couche quart d'onde** d'épaisseur $\mathbf{e = \lambda_0 / (4\, (n1\, n3)^{½}), pour\ \lambda_0 = 550\ nm}$. La couche n'est anti reflet que pour la seule longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda_0}$. Elle remonte dans le rouge et le bleu, c'est pourquoi les optiques traitées ont une apparence pourpre.



Intensité réfléchie en fonction de la longueur d'onde (pour comparaison, elle est de 0.04 pour le verre non traité anti reflet)



Intensité transmise en fonction de la longueur d'onde