OPT 201 — Frange achromatique

(1°) Sans la lame : $I(x) = 4I_0 \cos^2 \frac{\pi a x}{\lambda D}$.

Frange d'ordre 0 : $x=0$ frange centrale achromatique.

Avec la lame : le rayon 1 subit un déphasage supplémentaire $\varphi_1 = \frac{2\pi\delta_1}{\lambda}$ $\delta = (n-1)e$

$$\Rightarrow \boxed{I'(x) = 4I_0^2 \cos^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda D} - \frac{\pi(n-1)e}{\lambda}\right)}$$

frange d'ordre 0 : $\frac{\pi a x_0}{\lambda D} = \frac{\pi(n-1)e}{\lambda} \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{eD}{a}(n-1)}$

frange décalée vers le haut

(2°) Soit p l'ordre de la frange brillante achromatique pour une λ donnée : on a une frange brillante pour

$$\delta' = p\lambda = \delta - (n-1)e = \frac{ax}{D} - (n-1)e$$

$$\Rightarrow x = \frac{D}{a}\left[p\lambda + (n-1)e\right] = x(\lambda).$$

on doit avoir le même x pour toutes les λ donc $x(\lambda)$ doit varier très peu : $\frac{dx}{d\lambda} = 0$ soit : $\frac{D}{a}\left[p + \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)e\right] = 0$.

$$\Rightarrow p = -e\left(\frac{dn}{d\lambda}\right).$$

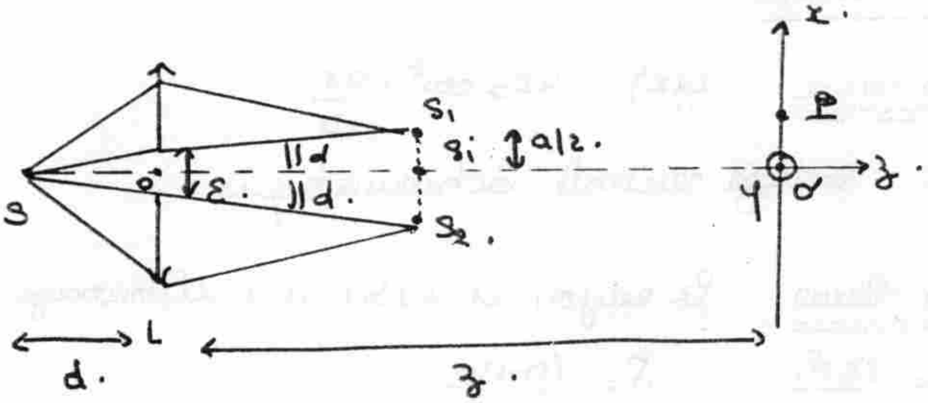
alors : $\boxed{x_1 = \frac{De}{a}\left[(n-1) - \lambda\left(\frac{dn}{d\lambda}\right)\right] \text{ frange achromatique}}$

$x_1 - x_0 = -\frac{eD\lambda}{a}\left(\frac{dn}{d\lambda}\right)$ alors $B = \frac{a}{2eD}(x_1 - x_0)\lambda^2 = 5{,}75.10^{-3} (\mu m)^2$

$A = 1 + \frac{a}{2eD}(3x_0 - x_1) = 1{,}569$

OPT 202

Bilentille de Billet.



1°)

$\overline{SO} = d = 75$ cm.

$\alpha \simeq tg\alpha = \frac{\varepsilon}{2d}$ et on a la relation : $-\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f'}$

soit ici : $\left.\begin{array}{l} p = -d \\ p' = \overline{OS_i} \end{array}\right) \Rightarrow \frac{1}{\overline{OS_i}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d} \Rightarrow \boxed{\overline{OS_i} = \frac{f'd}{d-f'}}$

et $tg\alpha = \frac{\overline{S_iS_1}}{\overline{SS_i}} = \frac{a/2}{d + \overline{OS_i}} = \frac{a/2}{d + \frac{f'd}{d-f'}} = \frac{a/2}{d^2 - f'd + f'd} \cdot (d-f')$.

$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{d^2}{d-f'} \cdot tg\alpha = \frac{d^2}{d-f'} \times \frac{\varepsilon}{2d} \Rightarrow \boxed{a = \frac{d\varepsilon}{d-f'}}$

AN : $\overline{OS_i} = 150$ cm.
$a = 3$ mm.

2°) Intensité dans le plan Oxy.

$I = I_0\left(\cos\frac{2\pi a x}{\lambda D} + 1\right)$ $\qquad D = z - \overline{OS_i}$

$\Rightarrow$ pour λ_1 : $I_1 = I_0\left(\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_1} + 1\right)$

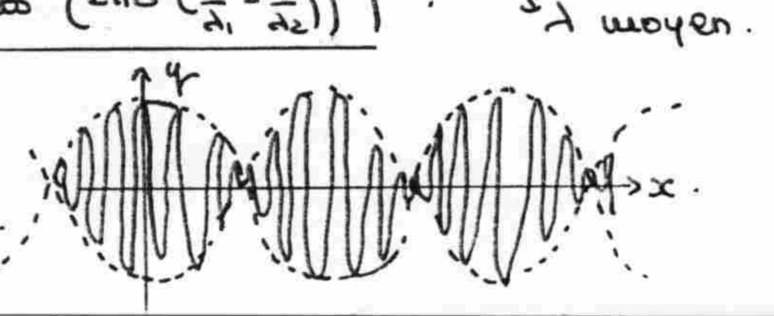
pour λ_2 : $I_2 = I_0\left(1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_2}\right)$.

$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = 2I_0\left(2 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_1} + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda_2}\right)$.

$I = 4I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)\cos\left(2\pi\delta\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right)$. $\qquad \lambda_0 \simeq \lambda_1 \simeq \lambda_2$ ↳ λ moyen.

→ phénomène de battements

le facteur de visibilité dépend de x.



OPT 203

Fentes d'Young avec sources en mouvement

2 sources incohérentes $\Rightarrow$ $I(x) = I_1(x) + I_2(x)$.

$I_1(x)$? $\quad I_1(x) = 2I_0\left(1 + \cos\dfrac{2\pi\delta_1}{\lambda}\right)$.

$$\delta_1 = \frac{dx}{f'} + \frac{ad}{2D}$$

$I_2(x)$? $\quad I_2(x) = 2I_0\left(1 + \cos\dfrac{2\pi\delta_2}{\lambda}\right)$

$$\delta_2 = \frac{dx}{f'} - \frac{ad}{2D}$$

d'où : $I(x) = 2I_0\left[2 + \cos\dfrac{2\pi}{\lambda}\left(\dfrac{xd}{f} - \dfrac{ad}{2D}\right) + \cos\dfrac{2\pi}{\lambda}\left(\dfrac{xd}{f} + \dfrac{ad}{2D}\right)\right]$

$$\Rightarrow \boxed{I(x) = 4I_0\left[1 + \cos\frac{\pi a d}{\lambda D}\cos\frac{2\pi d x}{\lambda f}\right]}.$$

Facteur de visibilité des franges :

$$V = \cos\frac{\pi a d}{\lambda D}.$$

comme $a = vt$: $V = \cos\left(2\pi\dfrac{vd}{2\lambda D}t\right) = \cos\dfrac{2\pi t}{T}$

$\Rightarrow$ brouillage périodique dans le temps, de période :

$$\boxed{T = \frac{2\lambda D}{vd}}$$

OPT 204

1) ⓐ

Faisceau 1 : $O_1 \to J \to H_2 \to J \to O_1$. traverse 2x G.
intensité : $\frac{1}{4}I_0$.

Faisceau 2 : $O_1 \to J \to H_1 \to J \to O_1$ 2 réflexions sur G.
intensité : $\frac{1}{4}I_0$.

Faisceau 1' : $O_1 \to J \to H_2 \to J \to O_2$: 1 réflexion + 1 traversée
intensité : $\frac{1}{4}I_0$.

Faisceau 2' : $O_1 \to J \to H_1 \to J \to O_2$: intensité $\frac{1}{4}I_0$.

(b) δ_1 entre les 2 premiers faisceaux (sortant en O_1)

$\delta_1 = 2D_2 - (2D_1 + \lambda)$ ⇒ $\boxed{\delta_1 = 2(D_2 - D_1) - \lambda}$.

↳ 2 réflexions O_1JH_1

δ_2 entre les 2 faisceaux (sortant en O_2).

$\delta_2 = 2D_2 + D'' - \left(\frac{\lambda}{2} + 2D_1 + D''\right)$ ⇒ $\boxed{\delta_2 = 2(D_2 - D_1) - \frac{\lambda}{2}}$

↳ 1 réflexion O_1JH_1

Si S est au foyer de L_1 les rayons sortant de L_1 sont tous // à la direction O_1J.

(c) Direction JO_1 : $I_1 = 4 \times \frac{I_0}{4} \cos^2 \frac{\pi\delta_1}{\lambda}$.

$\Rightarrow \quad I_1 = I_0 \cos^2 \frac{2\pi(D_2 - D_1)}{\lambda}$

cas $D_1 = D_2$: $I_1 = I_0$.

cas $D_2 = D_1 + \frac{\lambda}{4}$: $I_1 = 0$.

Direction JO_2 : $I_2 = 4 \times \frac{I_0}{4} \cos^2 \frac{\pi\delta_2}{\lambda}$

$\Rightarrow \quad I_2 = I_0 \sin^2 \frac{2\pi(D_2 - D_1)}{\lambda}$.

cas $D_1 = D_2$: $I_2 = 0$.

cas $D_2 = D_1 + \frac{\lambda}{4}$: $I_2 = I_0$.

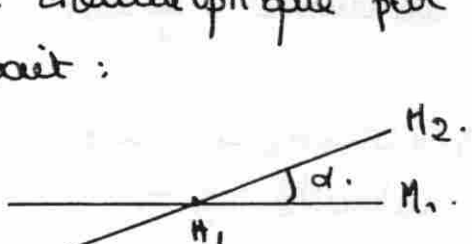
Aspect de E placé en H, conjugué de H_1 par rapport à L_2.

cas $D_1 = D_2$: E est noir (interférences destructives).

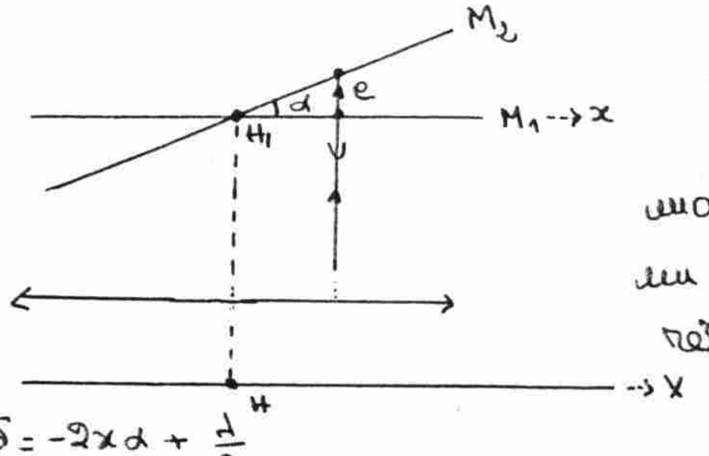
cas $D_2 = D_1 + \frac{\lambda}{4}$: on voit sur E l'image brillante du miroir M_1 uniformément éclairé. (teinte plate).

(10)

(a) Par symétrie de chemin optique par rapport à G, tout se passe comme si on avait :



(car $D_1 = D_2$) ≡ coin d'air sous incidence normale



$\delta' = 2e \# 2x\alpha$

et il y a la différence de marche supplémentaire $\frac{\lambda_1}{2}$ car un des 2 rayons a subi la réflexion $O_1 J H_1$

$\Rightarrow \quad \delta = -2x\alpha + \frac{\lambda}{2}$

Eclairement sur E situé sur H : Les franges sont localisées sur le miroir M_1.

on les observe en plaçant sur le plan conjugué de M_1 l'écran

Si on note γ le grandissement transversal de la lentille :

$X = \gamma x$.

$$\delta(X) = \frac{\lambda_1}{2} - \frac{2\alpha}{\gamma} X.$$

D'où : $\boxed{\mathcal{E}(X) = I_0 \cos^2 \frac{\pi\delta}{\lambda_1} = I_0 \sin^2 \frac{2\pi\alpha X}{|\gamma|\lambda_1}}$

on retrouve, pour le cas $D_1 = D_2$, $X = 0$ une frange noire au centre

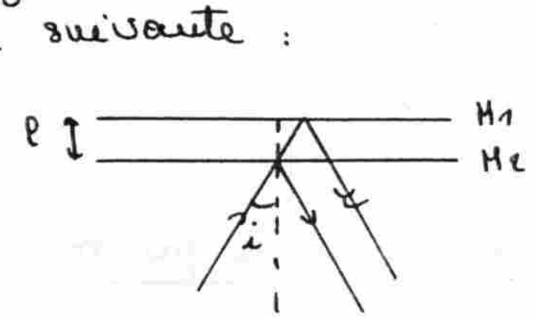
On observe des franges rectiligne // arête du dièdre.

Interfrange : $\boxed{i = \frac{|\gamma|\lambda_1}{2\alpha} \qquad \gamma = \frac{\overline{O_2H}}{\overline{O_2H_1}} < 0}$.

(c) On doit placer, pour observer des franges nettes, E dans le plan conjugué de M_1 par L_2.

(3°) $\alpha = 0 \cdot \quad D_2 - D_1 = -\ell \qquad \ell \ll D_1$.

(a) Par symétrie du chemin optique, on est ramené à la situation suivante :



équivalent à une lame d'air à faces //.

on éclaire avec une source large pour avoir plusieurs angles d'incidence.

$$\delta' = 2\ell\cos i \quad \text{et} \quad \delta = \frac{\lambda}{2} + 2\ell\cos i$$

Les franges sont des anneaux localisés à l'infini centrés sur l'axe H_1O_2.

(b) Doublet jaune du sodium : $p = \dfrac{\delta}{\lambda}$

$\lambda_1 = 589{,}0$ nm $\longrightarrow$ $p_1 = \dfrac{\delta_1}{\lambda_1} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{2\ell\cos i}{\lambda_1} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\delta'}{\lambda_1}$

$\lambda_2 = 589{,}6$ nm $\longrightarrow$ $p_2 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\delta'}{\lambda_2}$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \delta'\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = \frac{\delta'}{\lambda_1}\left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2}\right) = \left(p_1 - \frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\Delta\lambda}{\lambda_2}\right) \ll p_1 \text{ et } p_2$$

L'éclairement E est maximal (au centre par exemple) si p_1 et p_2 sont entiers simultanément :

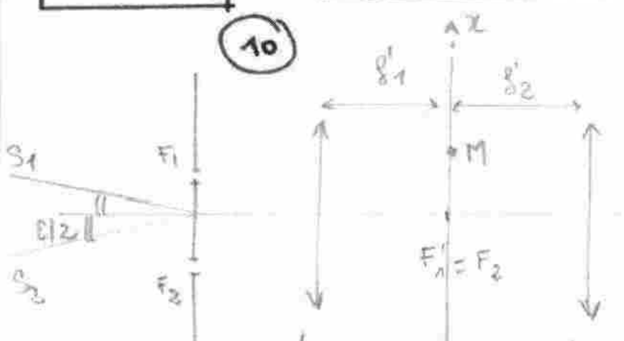
$\Rightarrow$ Δp entier $= -m \in \mathbb{N}^*$

$\Rightarrow$ $\dfrac{\delta'}{\lambda_1} \cdot \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_2} = m \Leftrightarrow$ $\boxed{\ell = m\,\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\Delta\lambda} \# m\,\dfrac{\lambda^2}{2\Delta\lambda}}$

Exercice 4 — Étoile double.

(10)

sources incohérentes S_1, S_2 à l'∞.



$\mathcal{E}_1(M) = I_0\left(1 + \cos\dfrac{2\pi\delta_1}{\lambda}\right)$. $\qquad \delta_1 = \dfrac{a\varepsilon}{2} + \dfrac{ax}{\lambda\delta'_1}$

$\mathcal{E}_2(M) = I_0\left(1 + \cos\dfrac{2\pi\delta_2}{\lambda}\right)$ $\qquad \delta_2 = -\dfrac{a\varepsilon}{2} + \dfrac{ax}{\lambda\delta'_1}$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{E}(M) = I_0\left[2 + \cos\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{\varepsilon}{2}+\frac{x}{f_1'}\right) + \cos\frac{2\pi a}{\lambda}\left(-\frac{\varepsilon}{2}+\frac{x}{f_1'}\right)\right].$$

$$\boxed{\mathcal{E}(M) = 2I_0\left[1+\underbrace{\cos\frac{2\pi a}{\lambda}\frac{\varepsilon}{2}}_{\text{contraste}}\;\underbrace{\cos\frac{2\pi a x}{\lambda f_1'}}_{\text{franges d'interférence rectilignes}}\right]}$$

visible si $a \neq k\cdot\frac{\lambda}{2\varepsilon}$ $k\in\mathbb{N}$

<u>Interfrange</u> : $\boxed{i = \frac{\lambda f_1'}{a} = 0,1\ \text{mm}.}$

2°)

$V = \cos\frac{2\pi a e}{2\lambda}$ est périodique.

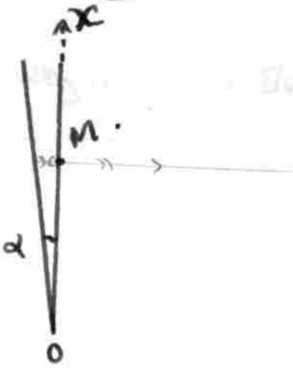
Il y a brouillage des franges pour toutes les valeurs de a multiples entiers de $\frac{\lambda}{2\varepsilon}$. $a_m = \frac{\lambda}{2\varepsilon} = 52\ \text{mm}$

$\Rightarrow$ $\boxed{\varepsilon = \frac{\lambda}{2a_m} = 5,7\cdot10^{-6}\ \text{rad} \text{ soit } 1,19 \text{ seconde d'arc}}$

Exercice 5 — <u>spectre cannelé</u>

1°) le coin d'air est éclairé sous incidence normale.

a)



$\mathcal{E}(M) = I_0\left(1+\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$.

$\delta \# 2\alpha x + \frac{\lambda}{2}$ $\quad \alpha \# \frac{d}{\ell}$.

$\Rightarrow \delta = \frac{2dx}{\ell} + \frac{\lambda}{2}$

différence de marche due à la réflexion air-verre (milieu + réfringent).

$\Rightarrow \quad \mathcal{E}(M) = I_0\left[1 - \cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{2dx}{\ell}\right]$.

on obtient des <u>franges localisées</u> sur le coin d'air, <u>rectilignes // arête du dièdre.</u>

Sur E, conjugué de A par L, on a $X = |\gamma| \cdot x$

γ grandissement transversal de L : $|\gamma| = \frac{p'}{p} = \frac{OE}{OA} = \frac{OE}{D}$.

formule de conjugaison : $\frac{1}{D} + \frac{1}{OE} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{Df'}{D-f'} = OE$

$$\Rightarrow |\gamma| = \frac{f'}{D-f'}$$

D'où $\boxed{\mathcal{E}(X) = I_0\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{2d\,(D-f')}{\ell f'}X\right)\right]}$. $\left(p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{1}{2} + \frac{2xd}{\lambda \ell}\right)$

<u>Interfrange</u> $\boxed{\Delta X = \frac{\lambda \ell f'}{2d\,(D-f')} = 4{,}63\ \text{mm}}$

(b) ① Au niveau de l'arête du dièdre : $x = 0$, $p = \frac{1}{2} \Rightarrow$ f. sombre

Au niveau du bord : $x = \ell$, $p = \frac{1}{2} + \frac{2d}{\lambda} = 43{,}7$

on observe donc <u>44 franges sombres</u>.

② 6^e frange brillante : $p = 6 = \frac{1}{2} + \frac{2dx}{\lambda}$

$$\Rightarrow \boxed{x = 5{,}5 \cdot \frac{\lambda \ell}{2d} = 5{,}1\ \text{mm du bord (arête A)}}.$$

(2°) $\mathcal{E}(X) = I_0\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{2d\,(D-f)X}{\ell f}\right)\right]$.

(3°) $\mathcal{E}_\lambda(X) = I_0\left[1 + \cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right]$.

Les cannelure noires correspondent aux valeurs de λ telles que $p = \frac{\delta}{\lambda} = \left(k + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{2d}{\lambda \ell} \cdot \frac{(D-f)}{f} X$

$\Rightarrow \lambda = \frac{2dX\,(D-f)}{\ell f}\,\frac{1}{k}$ $k \in \mathbb{N}$ soit $\boxed{\lambda = \frac{5700}{k}\ (\text{nm})}$.

Les valeurs possibles de k telles que $\frac{5700}{k} \in [400 ; 750 nm]$

sont : $400 \leq \frac{5700}{k} \leq 750 \Leftrightarrow \frac{5700}{750} \leq k \leq \frac{5700}{400}$

soit : $7{,}6 \leq k \leq 14{,}25$.

donc : $\underline{k = 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 \rightarrow 7 \text{ cannelures}}$.

$k=8 \rightarrow \lambda_1 = 712{,}5$ nm

$k=9 \rightarrow \lambda_2 = 633{,}3$ nm

$k=10 \rightarrow \lambda_3 = 570{,}0$ nm

$k=11 \rightarrow \lambda_4 = 518{,}2$ nm

$k=12 \rightarrow \lambda_5 = 475{,}0$ nm

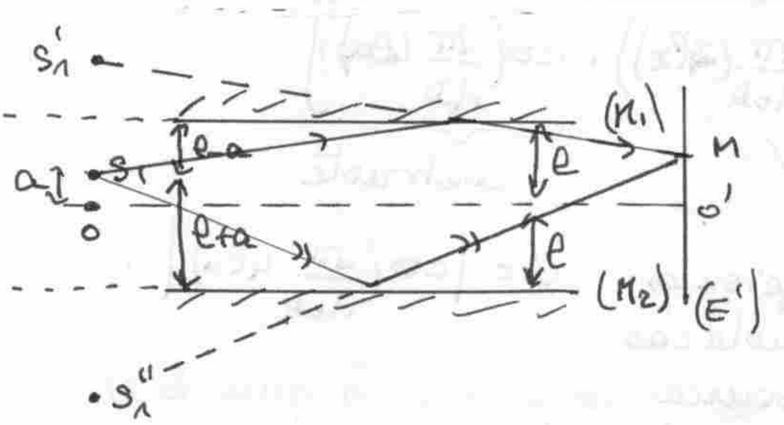
$k=13 \rightarrow \lambda_6 = 438{,}5$ nm

$k=14 \rightarrow \lambda_7 = 407{,}1$ nm

Exo 6 Interférences à 2 miroirs.

(*) S_1 et S_2 sont mutuellement incohérentes - $I(M) = I_1(M) + I_2(M)$

(1) S_1 donne, par les 2 miroirs, 2 images = sources secondaires mutuellement cohérentes.



$S_1S_1' = 2(l-a)$.
$S_1S_1'' = 2(l+a)$.

$\Rightarrow S_1'S_1'' = 4e$

on a un dispositif analogue à celui des trous d'Young les 2 sources S_1' et S_2' sont en phase.

si on note D la distance entre S_1 et le plan (E').

$M \left| \begin{array}{l} x \\ y \end{array} \right. \in (E')$

on peut utiliser le résultat du cours :

$\delta(M) = S_1''M - S_1'M$ (chemins rectilignes).

« $\delta = \dfrac{ax}{D}$ » trous d'Young

a = distance entre sources

D = distance sources écran.

x = ordonnée de M avec origine sur la médiatrice de $[O_1 O_2]$

ici $a \longrightarrow 4e$

$D \longrightarrow D$.

$x \longrightarrow (x-a)$

$$\Rightarrow \boxed{I_1(x) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0 D}\, 4e(x-a)\right)\right)}$$

③ De même pour $I_2(M)$ en changeant a en $-a$:

$$I_2(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0 D}\, 4e(x+a)\right)\right).$$

④ $$I(x) = 4I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{2\lambda_0 D}\left(4e(x-a) + 4e(x+a)\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{2\lambda_0 D}\left(4e(x-a) - 4e(x+a)\right)\right)\right]$$

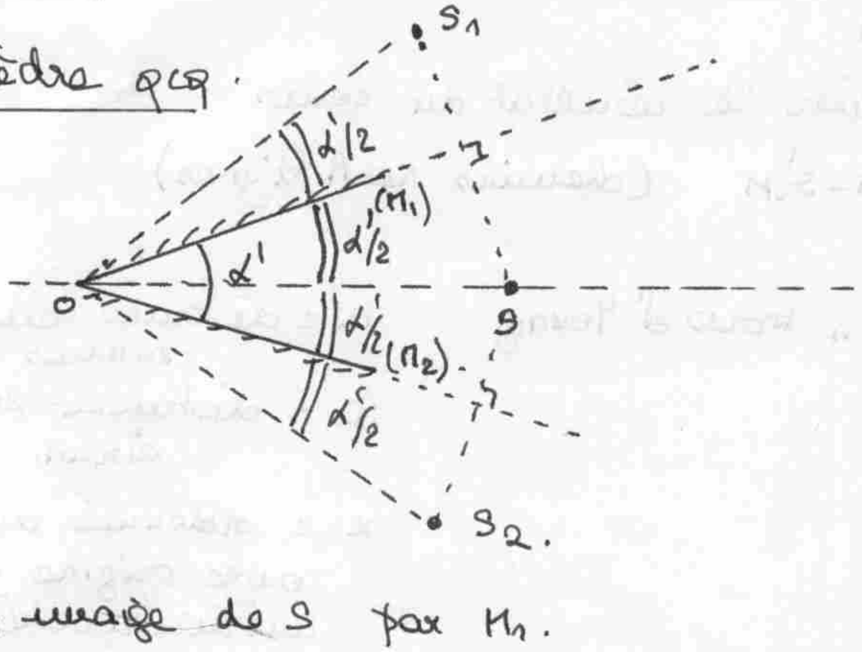
$$= 4I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0 D}(4ex)\right) \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0 D}\, 4ea\right)}_{\text{contraste}}\right]$$

terme d'interférences à 2 ondes dans le cas d'une seule source placée en O.

$$C = \left|\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0 D}\, 4ea\right)\right|.$$

Exo 7 — miroirs de Fresnel.

① dièdre qcq.

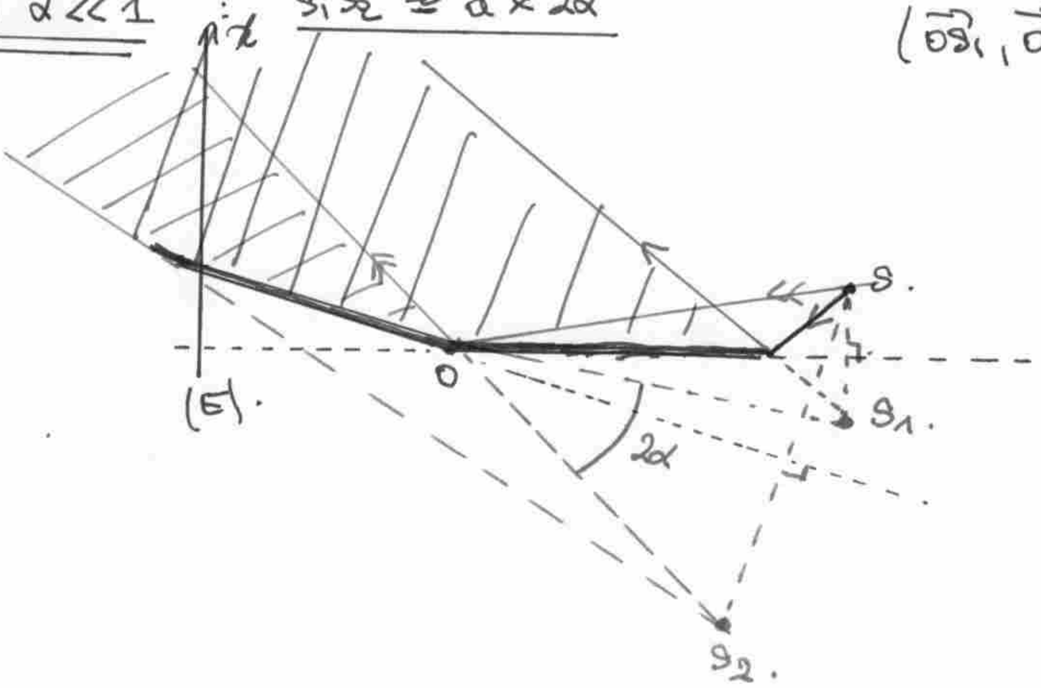


S_1 image de S par M_1.
S_2 — — — — M_2.

$\Rightarrow$ S_1 se déduit de S_2 par une rotation d'angle 2α $\forall$ la valeur de α.

si $\alpha' = \pi - \alpha$ avec $\alpha \ll 1$:

Si $\alpha \ll 1$: $S_1S_2 \simeq d \times 2\alpha$ $(\widehat{\vec{OS_1}, \vec{OS_2}}) = 2\alpha$



Le champ d'interférences est la zone d'intersection des 2 faisceaux hachurés

(2) Franges = hyperboloïdes de révolution de foyers S_1 et S_2 coupés par l'écran (E) // S_1S_2 et $D \gg S_1S_2$
→ franges rectilignes // arête du dièdre

Formule de Fresnel : interférences entre 2 ondes localement planes
$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)\right).$$

on a la même situation que les trous d'Young sans lentille : $\delta(M) = S_2M - S_1M$ (trajets rectilignes dans l'air).
$$= \frac{a x}{D+d}.$$

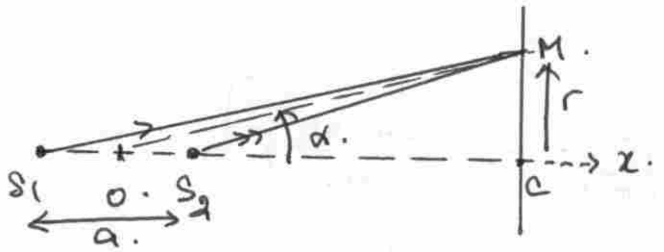
$$a = S_1S_2 = 2\alpha d \Rightarrow \delta(x) = \frac{2\alpha d x}{D+d}.$$

$$i \text{ interfrange} = \frac{\lambda_0(D+d)}{2\alpha d} = \frac{632 \cdot 10^{-9}\,(110)}{2 \times \frac{3}{60} \times \frac{\pi}{180} \times 10} = \underline{3{,}98 \text{ mm}}$$

(3) on peut utiliser une fente source rigoureusement // à l'arête du dièdre.

Exo 9 -

① Interférences à 2 ondes : $\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)\right)$.



$R \underset{not}{=} OM \gg a$

$\vec{S_1M_1}^2 = (\vec{S_1O} + \vec{OM})^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + R^2 + 2\frac{a}{2}R\cos\alpha$

$\vec{S_2M_2}^2 = (\vec{S_2O} + \vec{OM})^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + R^2 - 2\frac{a}{2}R\cos\alpha$.

avec $R \gg a$: $\delta = S_2M - S_1M$

$= R\left[1 + \frac{a^2}{2\times4R^2} + \frac{a}{2R}\cos\alpha - 1 - \frac{a^2}{2\times4R^2} + \frac{a}{2R}\cos\alpha\right]$

à l'ordre 1 en $\frac{a}{R}$.

$\Rightarrow$ $\boxed{\delta \simeq a\cos\alpha.}$ $\cos\alpha = \frac{D}{D^2+r^2}$

En C : $\delta = a$ si $S_1S_2 = a$ fixe

$\delta(t) = \frac{a}{2} + x(t)$ si on déplace S_1

$= vt$ si $S_1S_2 = 0$ à $t=0$.

quitte à déplacer l'origine des t

$\Rightarrow$ $\boxed{I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}vt\right)\right)}$

on voit défiler en C les franges alternativement brillantes et sombre, avec une période $T = \frac{\lambda_0}{v}$

② on superpose les 2 figures d'interférences des 2 raies (non synchrones donc n'interférant pas) :

$I(M) = I_1(t) + I_2(t)$

$= 2I_{01}\left(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda_1}vt\right) + 2I_{02}\left(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda_2}vt\right)$.

si on suppose les 2 raies de même intensité $I_{01} = I_{02} \underset{not}{=} I_0$

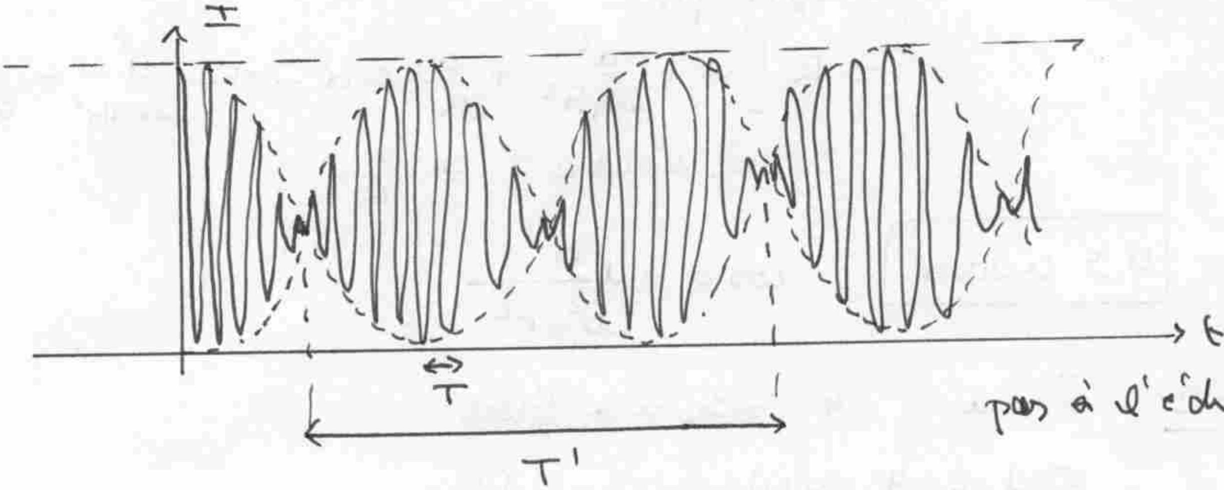
(14)

$$I(t) = 4 I_0 \left(1 + \cos\left[\pi V t \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right] \cdot \cos\left[\pi V t \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right]\right).$$

si on pose λ_m / $\frac{2}{\lambda_m} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}$ longueur d'onde moyenne du doublet.

on a :

$$I(t) = 4 I_0 \left[1 + \underbrace{\cos\left(\pi V t \frac{\delta\lambda}{\lambda_m^2}\right)}_{\text{degré de cohérence de période } T' = \frac{2\lambda_m^2}{\delta\lambda \cdot V} \gg T} \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi V t}{\lambda_m}\right)}_{\text{franges d'interférences de période } T = \frac{\lambda_m}{V} \text{ comme au } (1)} \right]$$



pas à l'échelle.

Le temps séparant 2 points de contraste nul est $\frac{T'}{2}$.

$$\boxed{\frac{T'}{2T} = \frac{\lambda_m}{\delta\lambda}}$$ c'est l'inverse de la largeur relative du doublet

(3) on superpose les intensités correspondant à chaque intervalle spectral :

(a)

$$I(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2F_{\sigma,1}(\sigma)\left(1 + \cos\left(2\pi\sigma V t\right)\right) d\sigma$$

$$= 2\int_{-\infty}^{\infty} F_{\sigma 1}(\sigma)\, d\sigma + 2B_0(\Delta\sigma)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(2\pi V t \sigma)}{(\sigma-\sigma_1)^2 + (\Delta\sigma)^2}\, d\sigma$$

rel. (3) pour $\alpha = 0$; rel (3) avec $\alpha = Vt$

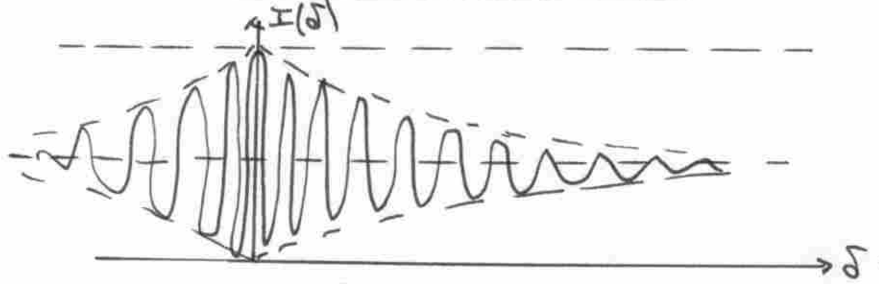
$$= 2\frac{\pi}{\Delta\sigma} B_0 + 2B_0(\Delta\sigma)^2 \cdot \frac{\pi}{\Delta\sigma} \cdot \cos(2\pi\sigma_1 V t)\, e^{-2\pi V t \Delta\sigma}$$

on note $I_0 = \frac{\pi B_0}{\Delta\sigma}$ intensité totale d'une raie

$$I(t) = 2I_0\left[1 + \underbrace{e^{-2\pi v t \Delta\sigma}}_{\text{degré de cohérence.}} \underbrace{\cos(2\pi v t \sigma_1)}_{\text{franges d'interférences}}\right].$$

$$\Rightarrow \boxed{I(\delta) = 2I_0\left[1 + e^{-2\pi\Delta\sigma\delta}\cos(2\pi\sigma_1\delta)\right]}$$ $\delta = vt$ ddmarche

(b) $\boxed{\tau = \frac{1}{2\pi\Delta\sigma v}}$



interférogramme.

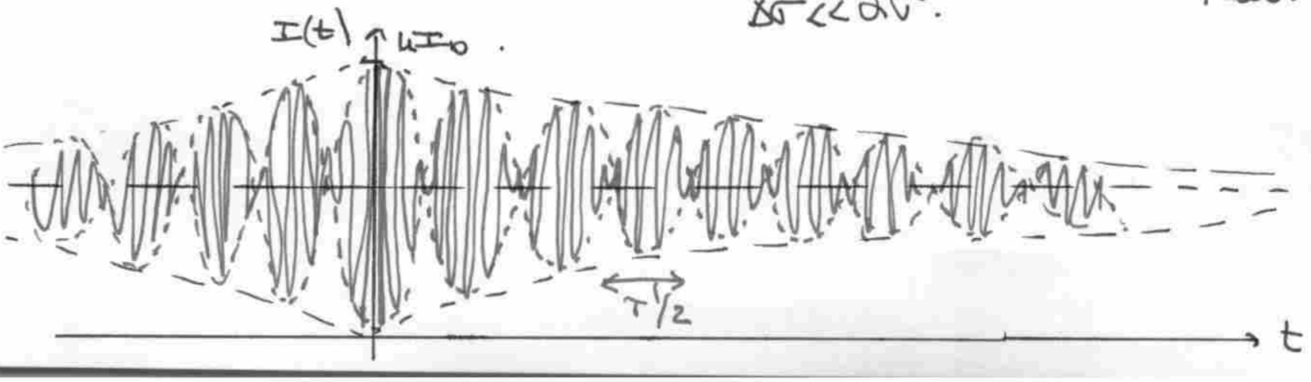
(c) Pour les 2 raies on superpose les 2 interférogrammes:

$$I(\delta) = I_1(\delta) + I_2(\delta) = 2I_0\left[1 + e^{-2\pi\Delta\sigma\delta}\cos(2\pi\sigma_1\delta) + 1 + e^{-2\pi\Delta\sigma\delta}\cos(2\pi\sigma_2\delta)\right].$$

$$= 4I_0\left[1 + \underbrace{e^{-2\pi\delta\Delta\sigma}\cdot\cos(\pi\delta\,\delta\sigma)}_{\substack{\text{degré de cohérence}\\(\delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1)}}\cdot\underbrace{\cos\left(2\pi\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2}\right)\delta\right)}_{\text{franges d'interférences.}}\right].$$

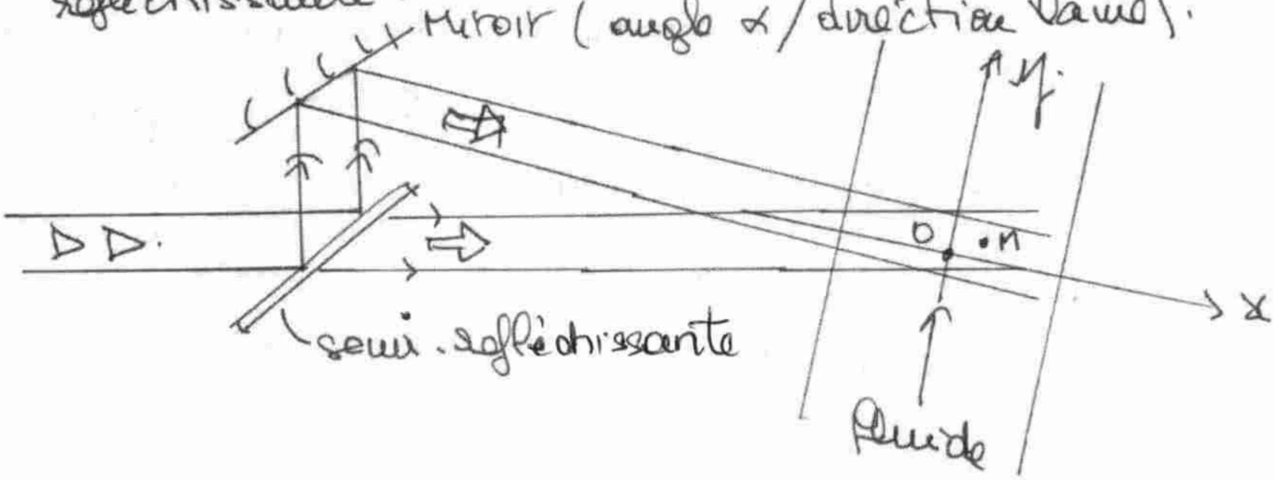
$\tau = \frac{1}{2\pi\Delta\sigma . v}$ et $\frac{T'}{2} = \frac{1}{v\,\delta\sigma}$ $\Rightarrow$ $\frac{2\tau}{T'} = \frac{\delta\sigma}{\Delta\sigma}$ ← écart entre les 2 raies ; ← largeur des raies

$\Delta\sigma \ll \delta\sigma$.



Exercice 10 : vélocimétrie laser.

1°) On peut utiliser un Michelson en coin d'air ou un dispositif analogue avec une lame semi-réfléchissante.



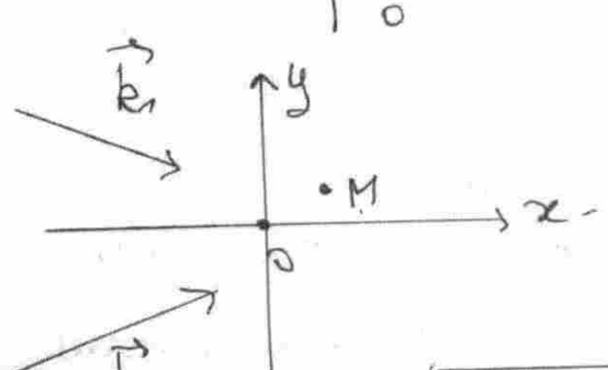
En ajustant la longueur parcourue pour le faisceau 2 on peut se débrouiller pour que les 2 ondes soient en phase sur le plan $y=0$.

2°) $a_1(M,t) = A_0\, e^{i(\vec{k}_1\cdot\vec{r})}$ $\qquad \vec{r} = \vec{OM}$

$a_2(M,t) = A_0\, e^{i(\vec{k}_2\cdot\vec{r})}$. $\qquad |A_0|^2 = I_0$

$\Rightarrow I(M,t) = 2I_0\left(1+\cos\left((\vec{k}_2-\vec{k}_1)\cdot\vec{r}\right)\right)$.

$\vec{k}_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\begin{vmatrix}\cos\alpha \\ -\sin\alpha \\ 0\end{vmatrix}$ $\qquad \vec{k}_2 = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\begin{vmatrix}\cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0\end{vmatrix}$ $\qquad (n=1$ ici$)$



$\varphi = (\vec{k}_2-\vec{k}_1)\cdot\vec{r}$

$= \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\cdot 2\sin\alpha\, y$.

$\Rightarrow \boxed{I(M) = I(y) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}2y\sin\alpha\right)\right)}$

Franges rectilignes // Ox.

Interfrange : $\boxed{i = \frac{\lambda_0}{2\sin\alpha}}$

③ La particule a la même vitesse que le fluide donc elle met le temps $t_0 = \frac{i}{v}$ à passer d'une frange à l'autre : $f = \frac{1}{t_0} = \frac{v}{i}$

$\Rightarrow f = \frac{2v\sin\alpha}{\lambda_0}$ ou $\boxed{v = \frac{\lambda_0 f}{2\sin\alpha}}$

<u>AN</u> : $v = 3{,}46$ m/s.

<u>Incertitude</u> : $\frac{u_v}{v} = \sqrt{\left(\frac{u\lambda_0}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{u_f}{f}\right)^2 + \left(\frac{u_{\sin\alpha}}{\sin\alpha}\right)^2}$

$|\alpha| \ll 1$ $\quad \frac{u_{\sin\alpha}}{\sin\alpha} \simeq \frac{u_\alpha}{\alpha} = \frac{0{,}1}{10} = 10^{-2}$.

$\frac{u_f}{f} = \frac{0{,}03}{2{,}34} = 1{,}2.10^{-2}$

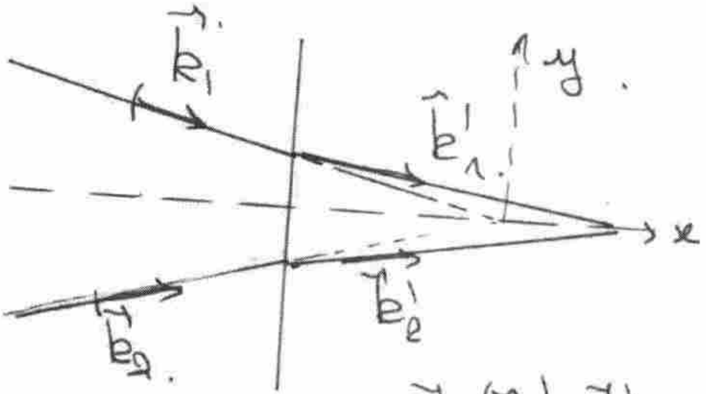
$\frac{u_{\lambda_0}}{\lambda_0} = \frac{1}{514} = 2.10^{-3}$.

$\Rightarrow \frac{u_v}{v} \simeq 1{,}6.10^{-2} \rightarrow u_\alpha \simeq 0{,}05$ m/s.

$\Rightarrow \boxed{v = 3{,}46 \pm 0{,}05 \text{ m/s}.}$

④ Si le fluide a un indice n les 2 vecteurs d'onde ont un module $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n}{\lambda_0}$.
sont déviés en entrant dans le fluide

on a alors le schéma suivant.



$$\vec{k}'_1 = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \begin{vmatrix} \cos\alpha' \\ -\sin\alpha' \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{k}'_2 = \frac{2\pi n}{\lambda_0} \begin{vmatrix} \cos\alpha' \\ \sin\alpha' \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{r}\cdot(\vec{k}'_2-\vec{k}'_1) = \frac{2\pi n}{\lambda_0}\cdot 2\sin\alpha' \, y$$

avec α' / $n \sin\alpha' = \sin\alpha$ par Descartes

d'où $\vec{r}\cdot(\vec{k}'_2-\vec{k}'_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot n\sin\alpha \, y$

cela ne change pas l'interfrange.

(5°) La particule a une durée de vie finie donc le signal sera enregistré sur une durée $\tau \simeq \frac{d}{v}$ si on vise les particules qui traversent le faisceau au milieu

Alors, même si le signal enregistré est sinusoïdal, étant de durée τ, il aura un spectre de largeur $\delta f \simeq \frac{1}{\tau}$.

$\Rightarrow \delta f \simeq \frac{v}{d}$.

comme $f = \frac{v}{i}$ on a $\boxed{\frac{\delta f}{f} \simeq \frac{i}{d}}$

on veut $\frac{\delta v}{v} \leq 0{,}1\%$ soit $\frac{\delta f}{f} \leq 0{,}1\%$. Avec $i = \frac{\lambda_0}{2\sin\alpha} = 1{,}5\,\mu m$

cela implique $d \geq 1{,}5$ mm.