EXPONDES

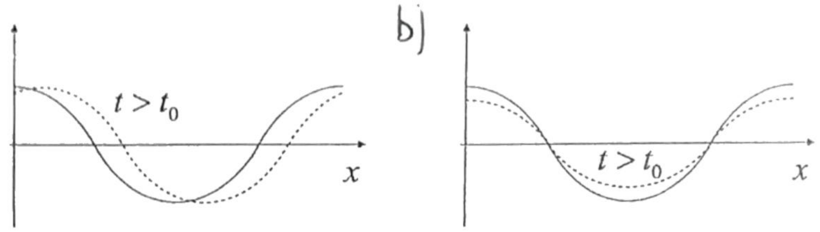
Signaux

TD 3 Ondes

Exercice 1 :

Soient les ondes u(x,t) représentées ci-dessous :

a) b)



Laquelle est progressive, laquelle est stationnaire ? On utilisera le vocabulaire approprié.

Exercice 2 :

Une corde immobile à l'instant initial et suffisamment longue est soumise à un vibreur qui y engendre des oscillations sinusoïdales de fréquence f. Une photographie montre que τ=0,06s après le débuts des oscillations, la corde est ébranlée sur une longueur correspondant à 3λ. Calculer la fréquence f et la longueur d'onde sachant que la célérité est c=6 $m.s^{-1}$

Exercice 3 : corde de Melde

Dans l'expérience de Melde décrite dans le cours, une corde vibrante de masse linéique μ=50$g.m^{-1}$, est tendue par une masse m=500g accrochée à l'extrémité libre après la poulie. La célérité des ondes sur cette corde est donnée par l'expression : $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

1) Vérifier l'homogénéité de cette expression.
2) Commenter les variations de c en fonction de T.
3) Calculer c.

Exercice 4 : violon ou contrebasse

Une corde tendue est attachée à ses deux extrémités en O(x=0) et en A($x=l$).

Son mouvement est donné par $y(x,t) = b\sin(\frac{\omega x}{c})\sin(\omega t)$.

1) De quel type de solution s'agit-il ? Cette solution vérifie-t-elle les conditions aux limites ? Déterminer les pulsations ω_n propres possibles.
2) La corde est en acier de masse volumique ρ=7,87.10^3kg.m^{-3}, de diamètre d=3,0mm, de longueur l=64cm et tendue avec une tension T=100N.
   Calculer la célérité c, la fréquence f_1 du mode fondamental et la longueur d'onde λ_1 correspondante.
3) Faire un schéma
4) Pourquoi un violon joue-t-il plus aigu qu'une contrebasse ?

Exercice 5 : Four micro-onde

Un four à micro-ondes fonctionne à la fréquence f=2,45GHz.

1) Quelle est la longueur d'onde de ces ondes électromagnétiques ? La comparer à la taille du four
2) Est-il possible qu'il s'installe un système d'ondes stationnaires ?

Exercice 6 : signal réfléchi sur une corde attachée.

Une corde de longueur finie ($x<l$) est attachée en $x=l$. l'onde aller ou incidente est choisie sous la forme : $y_i(x,t) = A\sin(\omega(t-\frac{x}{c})+\varphi_i)$

1) Pourquoi dont-on prendre l'onde retour ou réfléchie sous la forme :

   $y_r(x,t) = B\sin(\omega(t+\frac{x}{c})+\varphi_r)$?

2) Traduire la condition aux limites en x=l, et déterminer B en fonction de A puis φ_r en fonction de φ_i

3) On rappelle que : $\sin p - \sin q = 2\sin(\frac{p-q}{2})\cos(\frac{p+q}{2})$. Donner la nouvelle expression du déplacement total y(x,t)

4) Préciser la position des nœuds et commenter.

5) En réalité, l'excitation vient d'un vibreur placé à l'origine et qui impose : $y(0,t) = a\cos(\omega t)$. En déduire l'amplitude A(x) de l'onde résultante. Commenter l'amplitude des ventres.

EXPONDES

1/a L'onde est progressive: la déformation se déplace

1/b L'onde est stationnaire: la déformation fait du sur-place

2

3λ en 0,06 s ie $T = 0{,}02$ s

d'où $f = \frac{2\pi}{T} = 50$ Hz

d'où $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{6}{50} = 0{,}12$ m

3/1

$$\sqrt{\frac{N}{g \cdot m^{-1}}} = \sqrt{\frac{kg\ m\ s^{-2}}{kg\ m^{-1}}} = m \cdot s^{-1}$$

3/2

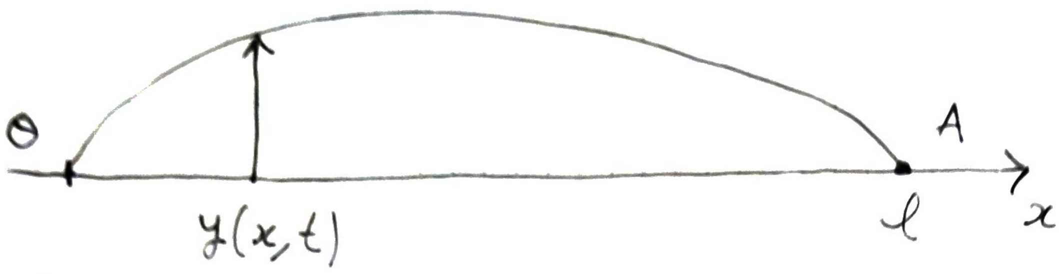
$c \nearrow \Rightarrow T \nearrow$

ex: élastique
tuyau d'arrosage

3/3

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{m \cdot g}{\mu}} = \sqrt{\frac{500 \cdot 10^{-3}\ \underbrace{10}_{=\pi^2}}{50 \cdot 10^{-3}}} = 10\ m \cdot s^{-1}$$

4/1



$$y(x,t) := b \sin \frac{\omega x}{c} \sin(\omega t)$$

Ce n'est pas une onde progressive car y f/s $\frac{x-t}{c}$

[regarder ds cours : de la forme $f(x) \cdot g(t)$,
variables "x" et "t" séparées
@ IV a).
]

C'est donc des ondes stationnaires.

Vérification :

$$\forall t \in \mathbb{R}_+, \begin{cases} y(0,t) = 0 \\ y(\ell,t) = 0 = b \sin\left(\frac{\omega \ell}{c}\right) \sin(\omega t) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\omega \ell}{c}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\omega \ell}{c} = n\pi$$

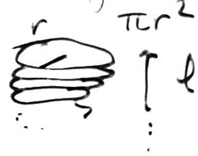
Ainsi on pose $\omega_n = \frac{n\pi c}{\ell}$ Modes propres

$\boxed{4/2}$

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{m}{\ell}}}$$

$$= \sqrt{\frac{T}{\frac{\rho \cdot \cancel{\ell} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{\cancel{\ell}}}}$$

corde $\approx$ cylindre

et 

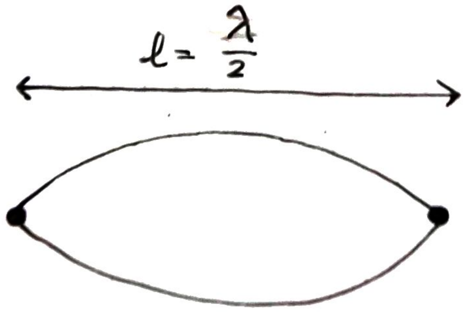
$$\simeq \sqrt{\frac{T}{\rho \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}}$$

$$= 42 \ m \cdot s^{-1}$$

Fondamentale: un seul fuseau.

$$f_1 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\frac{1\cancel{\pi} c}{\ell}}{2\cancel{\pi}} = \frac{c}{2\ell} = 33 \ Hz$$

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{42}{33} = 1{,}28 \ m$$



$\boxed{4/4}$

longueur corde $\propto$ longueur d'onde
$\propto^{-1}$ fréquence
$\propto$ pitch

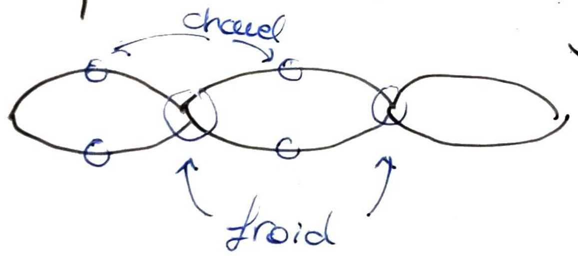
$\boxed{5/1}$

$$\lambda = \frac{c}{f} = 0{,}12\ m = 12\,cm$$

taille du four :

$$V = 40\ cm \times 30\ cm \times 20\ cm$$

$\boxed{5/2}$ Oui, pour éviter les inconvénients, on met un plateau tournant

(sket. : )

EXPONDES

$\boxed{6/1}$ $y_i(x,t) = A\sin\left(\omega\left(t \ominus \frac{x}{c}\right) + \varphi_i\right) \rightarrow$

$y_R(x,t) = A\sin\left(\omega\left(t \oplus \frac{x}{c}\right) + \varphi_R\right) \leftarrow$

$\boxed{6/2}$

CL $x = \ell$: Au total, l'onde résultante

$$y_i(\ell,t) + y_R(\ell,t) = 0, \quad \forall t$$

$$A\sin\left(\omega\left(t - \frac{\ell}{c}\right) + \varphi_i\right) + B\sin\left(\omega\left(t + \frac{\ell}{c}\right) + \varphi_R\right) = 0$$

ie $A\sin\left(\omega\left(t - \frac{\ell}{c}\right) + \varphi_i\right) = -B\sin\left(\omega\left(t + \frac{\ell}{c}\right) + \varphi_R\right)$

$$\begin{cases} B = -A \\ \omega\left(t - \frac{\ell}{c}\right) + \varphi_i = \omega\left(t + \frac{\ell}{c}\right) + \varphi_R \end{cases}$$

$$\Rightarrow \varphi_R = \varphi_i - \frac{2\omega\ell}{c}$$

$\boxed{6/3}$

$$y(x,t) = y_i(x,t) + y_R(x,t)$$

$$= A\left[\sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi_i\right) - \sin\left(\omega\left(t + \frac{x}{c}\right) + \varphi_i - \frac{2\omega\ell}{c}\right)\right]$$

$$= A\left[2\sin\left(\frac{\omega}{c}(\ell - x)\right)\cos\left(\omega t + \varphi_i + \frac{\omega\ell}{c}\right)\right]$$

L'onde résultante est stationnaire car de la forme $f(x)g(t)$

$\boxed{6/4}$

$$y(x,t)=0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\omega}{c}(\ell-x)\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\omega}{c}(\ell-x_n)=n\pi \qquad \text{avec } p\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}(\ell-x_n)=n\pi$$

$$\Leftrightarrow x_n=\ell-\frac{n\lambda}{2}$$

$\boxed{6/5}$ pas intérêssant.