EXP INTROQUANT

Signaux

TD 7 Introduction au monde quantique

Exercice 1 : Longueur d'onde de Broglie

1. Estimer la longueur d'onde de Broglie d'une voiture roulant sur l'autoroute (faire les hypothèses nécessaires)
2. même question pour les protons utilisés au CERN à Genève (énergie E= 25GeV).

Exercice 2 : Pression de radiation

Le soleil émet un flux lumineux constant reçu sur Terre $\varphi_s = 1{,}0.10^3 \mathrm{W.m^{-2}}$ à une longueur d'onde moyenne de $\lambda = 5.10^{-7}$ m.

1. Calculer le nombre de photons traversant chaque seconde la pupille de l'œil de rayon r=4mm.
2. Calculer la pression de radiation $P = \frac{1}{S}\frac{N}{\Delta t}p$ exercée par ce flux de photons (de quantité de mouvement p, arrivant sur la pupille à raison de N pendant la durée de temps Δt sur la surface S de la pupille). Comparer à la pression atmosphérique.

Exercice 3 : Microscope électronique à balayage

Le pouvoir de résolution d'un microscope, c'est-à-dire la taille caractéristique des plus petits détails qu'il permet d'observer, est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde utilisée.

1. Quel est le phénomène qui limite le pouvoir de résolution d'un microscope ?
2. Rappeler les valeurs des longueurs d'onde extrêmes (dans le vide) du spectre visible et déterminer les énergies correspondantes (en eV).
3. le microscope électronique à balayage (MEB) permet d'atteindre des résolutions de l'ordre de 1nm : un faisceau d'électrons est envoyé sur l'échantillon à analyser ; après interaction avec la matière, ces électrons sont récupérés par des capteurs dont les informations permettent de reconstruire l'image. Evaluer l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique minimale des électrons à utiliser pour atteindre une telle résolution. (Donnée: $m_e = 9{,}11.10^{-31}$ kg)

Exercice ~~5~~ 4 : Energie et fonction d'onde d'un électron confiné

Certaines molécules organiques ayant une longue chaîne linéaire contiennent des électrons qui ne sont pas attachés à un noyau particulier mais peuvent au contraire se déplacer sur toute la longueur de la molécule.

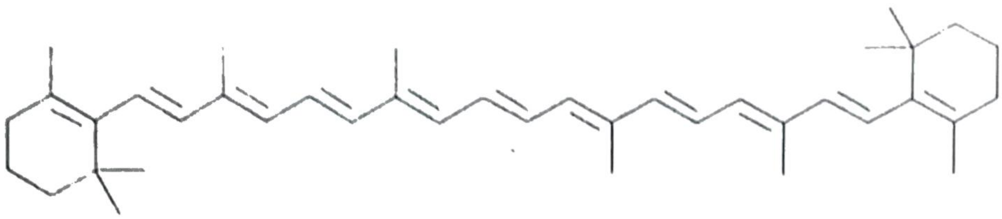
On modélise un tel électron, de masse $m = 9{,}11.10^{-31}$ kg, comme une particule qui se déplace librement sur un segment de droite, entre les abscisses x=0 et x=L ; l'énergie potentielle Ep est nulle sur le segment et infiniment grande partout ailleurs (particule dans une « boîte »). Sa fonction d'onde $\psi(x)$ est alors liée à son énergie totale E par l'équation différentielle :

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\left(\frac{d^2\psi}{dx^2}\right) = E\psi$$

(équation de Schrödinger stationnaire), où h est la constante de Planck.

1. On cherche tout d'abord à déterminer la fonction $\psi(x)$.
   - Justifier que $\psi(x)$ est nulle en dehors de l'intervalle [0 ;L].
     proba de présence $\propto |\Psi|^2$. $\bar{e}$ est confiné dans $[0,L]$ donc proba nulle dans $^c[0,L]$
   - $\psi(x)$ étant une fonction continue, elle est donc nulle aux deux extrémités de la molécule : $\psi(0) = \psi(L) = 0$. Montrer que la solution de l'équation différentielle est de la forme $\psi(x) = A\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ où n est un entier et A une constante d'intégration qu'on ne cherchera pas à déterminer.
2. Donner l'expression des niveaux d'énergie En en fonction de m, L, h et n.

3. **Dans le β carotène** (formule ci dessous) ce sont les électrons des onze liaisons doubles qui se comportent comme des particules libres confinés, sur une longueur L=1,83nm. Dans l'état fondamental, ces électrons occupent les onze niveaux d'énergie les plus bas.



- Calculer E11 et E12.
- En déduire l'énergie puis la longueur d'onde dans le vide, d'un photon absorbé par la molécule lorsqu'un électron passe du niveau 11 au niveau 12.
- Relier ce résultat à la couleur des organismes contenant cette molécule.

EXP INTROQUANT

$\boxed{1/1}$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{10^{6} \cdot 36} \approx 1{,}84 \cdot 10^{-38}$$

Débile de le considérer comme une onde

$\boxed{1/2}$

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{h^2}{\lambda^2 m}$$

$$\text{ie } E\lambda^2 = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m}$$

$$\text{ie } \lambda = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h^2}{Em}} = \sqrt{\frac{(6{,}62 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 25 \text{ GeV} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}}$$

$$= 1{,}8 \cdot 10^{-16} \text{ m}$$

N'est pas absurde de considérer le caractère ondulatoire

4/1

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \underbrace{\frac{8E\pi^2 m}{h^2}}_{:= \omega_0^2}\psi = 0$$

$$\psi(x) = A\cos(\omega_0 x) + B\sin(\omega_0 x)$$

$$\underline{CL} \begin{cases} \psi(0) = 0 = A \\ \psi(L) = 0 = B\sin(\omega_0 L) \end{cases}$$

$$\omega_0 L = n\pi$$

ie $\omega_0 = \dfrac{n\pi}{L}$

$$\psi(x) = B\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$$

4/2

$$E_n = \cancel{E_p} + E_c = \frac{1}{2}mv^2 =$$

ou

$$\omega_0 = \frac{n\pi}{L} = \sqrt{\frac{8E\pi^2 m}{h^2}}$$

$$\Rightarrow E = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$$

4/3

$E_{11} = 2{,}2 \cdot 10^{-18}$ J

$E_{12} = 2{,}5 \cdot 10^{-18}$ J

$\frac{hc}{\lambda} = h\nu = E_{12} - E_{11} = 0{,}3 \cdot 10^{-18}$ J

donc $\lambda = 662$ nm

Absorbe les λ du orange (β - carotène)