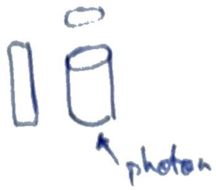
Partie : SIGNAUX



Chap 9 Introduction au monde quantique

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Introduction au monde quantique Dualité onde-particule pour la lumière et la matière Relations de Planck-Einstein et de Louis de Broglie	Évaluer des ordres de grandeurs typiques intervenant dans des phénomènes quantiques **Approche documentaire** : décrire un exemple d'expérience mettant en évidence la nécessité de la notion de photon. **Approche documentaire** : décrire un exemple d'expérience illustrant la notion d'ondes de matière
Interprétation probabiliste associée à la fonction d'onde approche qualitative	Interpréter une expérience d'interférences (matière ou lumière) « particule par particule » en termes probabilistes.
Quantification de l'énergie d'une particule libre confinée 1D	Obtenir les niveaux d'énergie par analogie avec les modes propres d'une corde vibrante. Établir le lien qualitatif entre confinement spatial et quantification.

I- Dualité onde-particule

1. Un peu d'histoire : Planck - Einstein & De Broglie

A la fin du XIX^e siècle, depuis les travaux de James-Clerk Maxwell (1831-1879). La lumière est considérée comme une onde électromagnétique. Ce *modèle ondulatoire* de la lumière permet d'interpréter les phénomènes de diffraction et d'interférences (Augustin Fresnel (1788-1827) et Thomas Young (1773-1829)).

En 1900 pour expliquer le rayonnement thermique d'un corps chauffé, Max Planck (1858-1957), introduit la notion de quantum d'énergie électromagnétique $E = h \cdot \nu$. En 1905 les travaux d'Albert Einstein (1879-1955) le conduisent à prédire l'effet photoélectrique qui sera prouvé expérimentalement en 1916 par Robert Andrews Millikan (1868-1953). La découverte de la diffusion Compton par Arthur Holly Compton (1892-1962) en 1922 fini de convaincre que la lumière doit être considéré comme des particule appelées photons : c'est le *modèle corpusculaire* de la lumière.

D'autre part, l'électron est la première particule élémentaire mise en évidence. On en attribue la paternité de sa découverte à Joseph John Thomson (1856-1940) en 1897. Sa nature corpusculaire est mise en évidence. En 1923, Louis de Broglie (1892-1987) émet, à l'inverse, que l'électron peut-être considéré comme une onde de longueur d'onde $\lambda = h / p$. Ceci fut confirmé expérimentalement en 1927 par l'expérience de diffraction des électrons par un cristal de nickel.

L'idée émerge donc, qu'à petite échelle, la matière peut-être modélisée à la fois comme une onde et comme une particule. On parle de *dualité onde-particule.*

2. *Document : l'effet photoélectrique*

a. effet photoélectrique

Lorsqu'on éclaire la surface d'un métal avec un rayonnement électromagnétique, des électrons peuvent être émis par cette surface.
Pour "arracher" un électron au métal, il faut lui apporter une quantité minimale d'énergie appelée travail d'extraction W_{ext} qui dépend du métal utilisé.

Le point de vue ondulatoire suggère qu'il suffit d'augmenter l'intensité du flux lumineux incident pour obtenir l'extraction des électrons quelque soit la lumière utilisée.

Mais l'expérience montre qu'aucun électron ne peut être extrait si la fréquence ν du rayonnement est inférieur à une certaine valeur ν_0 qui ne dépend que du métal utilisé.

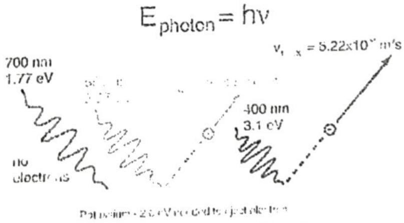
ie On peut arracher un $\bar{e}$ au métal avec de l'énergie $h \cdot (\nu - \nu_0)$

b. théorie

Avec l'idée qu'une lumière monochromatique de fréquence ν était composée de particules d'énergie $E = h \cdot \nu$, Albert Einstein a prédit théoriquement cet effet.
On imagine une collision entre un électron du métal et un photon incident. Le photon est absorbé et transmet son énergie $h\nu$ à l'électron qui, si $h\nu > W_{ext}$, est éjecté avec l'énergie cinétique $E_k = h\nu - W_{ext}$.

On obtient donc :

$$\boxed{\begin{aligned} h \cdot \nu_0 &= W_{ext} \\ E_k &= h \cdot (\nu - \nu_0) \end{aligned}}$$



Photoelectric effect

Application numérique - Ordres de grandeur : pour le sodium on a :

- $W_{ext} = 2.2$ eV
- $\nu_0 = 5.3\ 10^{14}$ Hz correspondant à $\lambda_0 = 560$ nm (vert-jaune)

Rq : voir http://phet.colorado.edu/fr/simulation/photoelectric

3. Le photon

a. définition, propriétés

Le *photon* est la particule élémentaire associé à la lumière.

Les propriétés du photon sont les suivantes :

- Le photon a une masse nulle.
- Dans le vide le photon se déplace à la vitesse de la lumière $c = 3.00\ 10^8$ m.s^{-1}
- Un photon associé à une lumière monochromatique de fréquence ν et de longueur d'onde $\lambda = c/\nu$ possède l'énergie :

$$\boxed{E = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}}$$

- h est la *constante de Planck* : $h = 6.62606957\ 10^{-34}$ J.s
- Un photon associé à une lumière monochromatique de fréquence ν se déplaçant dans la direction $\vec{e}$ possède la quantité de mouvement :

$$\boxed{\vec{p} = \frac{E}{c}\vec{e} = \frac{h\nu}{c}\vec{e} = \frac{h}{\lambda}\vec{e}}$$

qté de mvt → $p = \frac{h}{\lambda}$ ← cte de Planck ← lgr d'onde

b. ordres de grandeur de l'énergie d'un photon : électronvolt eV

Pour un photon correspondant à une lumière visible de longueur d'onde λ = 500 nm on obtient une énergie de $E = 3.98 \cdot 10^{-19}$ J. Le joule n'est donc pas adapté pour exprimer la valeur d'une telle énergie. On utilise plutôt l'électronvolt (eV) et ses multiples, le kiloélectronvolt (keV), mégaélectronvolt (MeV) ...

Un électronvolt (eV) est l'énergie cinétique acquise par un électron accéléré sous une tension de 1V et vaut : 1 eV = $1.602\ 10^{-19}$ J.

L'énergie du photon considéré est donc de $E = 2.48$ eV .

4. Principe de dualité onde - particule, relation de De Broglie

La lumière peut donc se comporter tantôt comme une onde, tantôt comme une particule. A l'inverse, une particule peut aussi se comporter comme une onde.

C'est le principe de la *dualité onde-particule* énoncé par Louis de Broglie en 1924. Il sera confirmé par de nombreuses expériences.

A une particule de quantité de mouvement $\vec{p} = p \cdot \vec{e}$ est associée un onde se propageant dans la direction $\vec{e}$ et de longueur d'onde λ telle que :

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

où $h = 6.63\ 10^{-34}$ J.s est la constante de Planck.

Ceci s'exprime aussi avec le vecteur d'onde $\vec{k} = k \cdot \vec{e} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}$ sous la forme : $\boxed{\vec{p} = \frac{h}{2\pi}\vec{k}}$

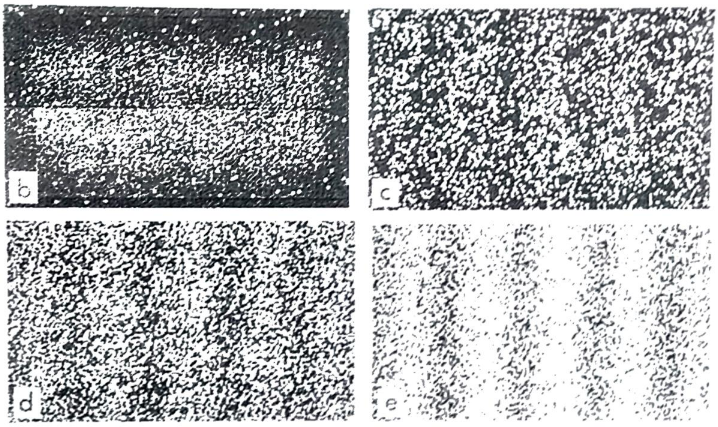
II- Fonction d'onde

1. Interférences d'électrons

a. expérience

On peut réaliser l'expérience d'interférences avec des ondes d'électrons, par exemple en envoyant un faisceau d'électrons sur deux "fentes". Avec un faisceau important d'électrons, on obtient une figure d'interférence similaire à celle obtenue avec de la lumière dans l'expérience des "fentes d'Young".

On peut également réaliser l'expérience avec des électrons envoyés "un par un". On enregistre alors l'arrivée des électrons sur l'écran et on voit se construire la figure. La photo suivante donne le résultat pour 100, 3000, 20000 et 70000 électrons.



On observe que les électrons ont des "trajectoires" aléatoires. Mais lorsque le nombre d'électrons augmente, les franges d'interférences se dessinent nettement. Le comportement moyen des électrons donne le résultat ondulatoire attendu.

Ceci suggère d'interpréter le comportement des systèmes microscopiques avec un point de vue probabiliste.

b. interprétation

Un électron peut parvenir sur l'écran en un point M en passant par l'une des deux fentes. Il est détecté par un détecteur au point M avec la probabilité P(M).

Si la fente F_2 est fermée on obtient une probabilité $P_1(M)$.
Si la fente F_1 est fermée on obtient une probabilité $P_2(M)$.
Si les deux fentes sont ouvertes on obtient une probabilité $P_{12}(M)$.

Ces probabilités sont mesurées lors de l'expérience précédemment décrite. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure suivante :

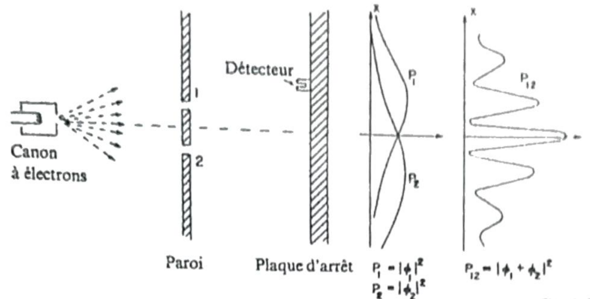


Fig. 1-3. Expérience d'interférence avec des électrons.

Le résultat est peu intuitif. Les probabilités P_1 et P_2 ne s'ajoutent pas pour donner P. Il est des points pour lesquels P est pratiquement nulle alors que P_1 et P_2 ne le sont pas.

$$P(M) \neq P_1(M) + P_2(M)$$

Remarque : de même qu'en optique lorsque les intensités lumineuses ne s'ajoutent pas, c'est un phénomène d'interférences. Ceci confirme la possibilité du comportement ondulatoire des électrons.

2. *Notion de fonction d'onde*

a. définition

Par analogie avec la superposition des ondes lumineuses pour laquelle la grandeur d'onde (le champ électrique $\vec{E}$) est superposable alors que l'intensité lumineuse (proportionnelle à $\vec{E}^2$) ne l'est pas nécessairement, on définit pour une particule sa *fonction d'onde*.

On peut associer à une particule une *fonction d'onde* $\psi(M,t)$ qui caractérise l'état de la particule au point M à l'instant t. C'est un nombre complexe tel que la probabilité de présence de la particule au point M à l'instant t est proportionnelle à son module au carré : $P(M,t) prop.à |\psi(M,t)|^2$

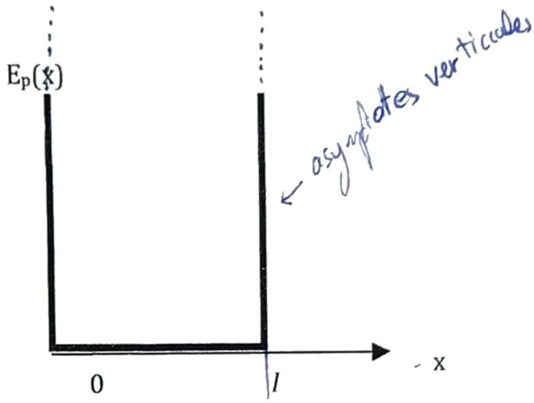
b. complément : retour sur les interférences

Si la fente F_2 est fermée on obtient une fonction d'onde $\psi_1(M,t)$.
Si la fente F_1 est fermée on obtient une fonction d'onde $\psi_2(M,t)$.
Si les deux fentes sont ouvertes on obtient une fonction d'onde $\psi_{12}(M,t) = \psi_1(M,t) + \psi_1(M,t)$.

Et donc une probabilité totale : $P(M,t) = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + \left(\psi_1 \psi_2^* + \psi_1^* \psi_2\right)$, le terme entre parenthèse est un terme d'interférences.
Ce résultat est à mettre en parallèle avec $I = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$ obtenu pour les interférences lumineuses.

III- Quantification de l'énergie d'une particule liée.

Un des premiers succès de la MQ fut de rendre compte de la quantification (le fait de ne prendre qu'une suite de valeurs discrètes) de l'énergie des atomes. De manière générale l'énergie d'une particule confinée spatialement est quantifiée. Nous allons considérer le cas simple du puits de potentiel infini (à 1D).



$$\begin{cases} 0<x<l : E_p=0 \\ x>l : E_p=\infty \\ x<0 : E_p=\infty \end{cases}$$

a- longueurs d'onde possibles :

Conséquence du confinement et des conditions aux limites (analogie avec la corde vibrante) : l'onde associée à la particule est une onde stationnaire telle que $l = n\dfrac{\lambda}{2}$ soit $\boxed{\lambda = \dfrac{2l}{n}}$

b- niveaux d'énergie

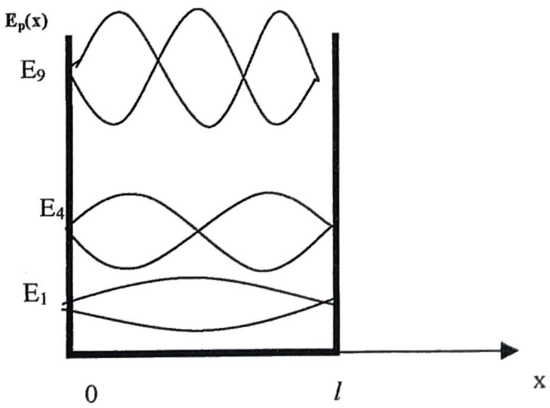
On a (de Broglie) $\lambda = h/p$ d'où $p = \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{hn}{2l}$

Comme $E = Ec + Ep = Ec = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{p^2}{2m}$ on trouve : $E = \dfrac{h^2n^2}{8ml^2}$

$p = mv$

Soit $E = n^2E_1$ avec $E_1 = \dfrac{h^2}{8ml^2}$

Représentation :



$$\left\{ \begin{array}{l} \boxed{\text{Niveaux d'énergie quantifiés}} \\ E\,prop.\grave{a}\,\dfrac{1}{l^2} \end{array} \right.$$

Application : calculer l'ordre de grandeur de l'énergie d'un électron dans un puits de la taille d'un atome (10^{-10} m)