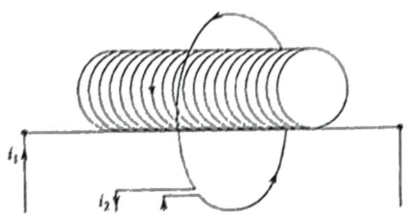
EXP NEUMANN

Electromagnétisme

TD 3 Circuit fixe dans champ magnétique qui dépend du temps. Induction de Neumann

Exercice 1 : couplage entre un solénoïde et une bobine



Une bobine de N_2 spires enlace un solénoïde de N_1 spires, de longueur l et de section S. Le solénoïde est suffisamment long pour considérer que le champ créé par lui même en son intérieur est uniforme, nul à l'extérieur. On suppose que $N_2 << N_1$

1) Calculer l'inductance mutuelle de ces deux circuits

2) La bobine, de résistance R est fermée sur elle même par un fil de résistance négligeable. Le solénoïde est parcouru par le courant $i_1(t)=I_0.\cos(\omega t)$

a) écrire la fém e_2 dans la bobine sous la forme d'une somme de deux termes. Montrer que l'un deux est négligeable.

b)En déduire $i_2(t)$ dans la bobine

Exercice 2 : près d'une haute tension

Une ligne haute tension transporte un courant sinusoïdal de fréquence f=50Hz et de valeur efficace I=1000A.

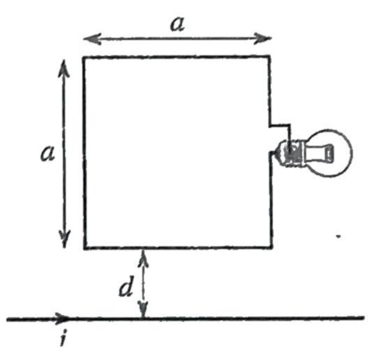
On approche une bobine plate de N spires carrées de coté a=30cm à une distance d=2cm.

Cette bobine d'inductance et de résistance négligeables est fermée sur une ampoule qui s'éclaire si la tension efficace à ses bornes est supérieure à 1,5V.

On rappelle que le champ magnétique créé par un fil infini parcouru par i a pour expression, en coordonnées polaires : $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\vec{u}_\theta$

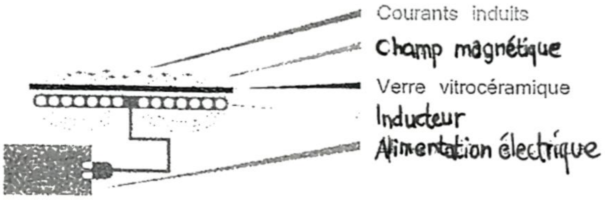
1) Exprimer le flux élémentaire $d\phi$ à travers un rectangle de longueur a, situé à la distance r du fil et de largeur dr.
2) En déduire le flux total ϕ à travers la bobine.
3) Calculer le nombre de spires nécessaires pour que l'ampoule s'éclaire.

$\mu_0 = 4\pi.\ 10^{-7}$ H/m



Exercice 3 : plaque à induction

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courant de Foucault induits par un champ magnétique variable.
Logé dans une plaque de céramique, un bobinage alimenté en courant sinusoïdal génère ce champ.



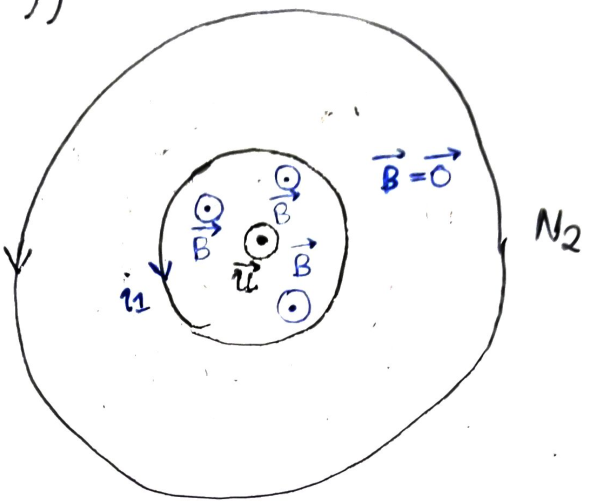
Ce bobinage est soumis à une tension d'alimentation $v_1(t)$ sinusoïdale de valeur efficace $V_1=130V$ et de fréquence $f_1=25$ kHz. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage (l'inducteur) et la plaque circulaire du fond du récipient (l'induit) assimilable à une spire unique fermée.
L'inducteur comporte 20 spires, de rayon R= 5,0cm de résistance totale $R_1=0{,}018\Omega$ et d'auto inductance $L_1=30\mu H$. L'induit est représenté par une spire unique de résistance $R_2= 8{,}3m\Omega$ et d'auto inductance $L_2=0{,}24\mu H$.
L'ensemble se comporte comme deux circuits couplés par une inductance mutuelle M.

1) Ecrire les équations électriques relatives aux deux circuits.
2) En déduire l'expression littérale du rapport des amplitudes complexes $\underline{A} = \frac{\underline{I_2}}{\underline{I_1}}$ ainsi que l'impédance complexe d'entrée du bobinage inducteur $\underline{Z_e} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}}$
3) Vérifier que la fréquence choisie permet de pouvoir négliger les résistances de l'induit et l'inducteur. Calculer les modules des expressions précédentes A et Ze avec $M=2{,}0\mu H$
4) Déterminer la puissance dissipée dans les parties résistives des circuits.

EXP NEUMANN

$\boxed{1/1}$

$$\phi_{1\to 2} = M\, i_1 = N_2 \iint \vec{B_1} \cdot d\vec{S}$$



Or $\vec{B_1} = \mu_0 n_1 i_1 \vec{u}$

$$= \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} i_1 \vec{u}$$

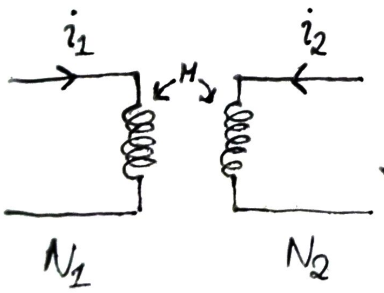
$$= N_2 \Big(\underbrace{\iint B_1\, dS_1}_{\text{intérieur}} + \cancel{\underbrace{\iint B_2\, dS_2}_{\text{extérieur}}} \Big)$$

$$= N_2 B_1 S_1 + \cancel{N_2 0}$$

d'où

$$\phi_1 = \underbrace{N_2\, \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} S_1}_{M}\, i_1 +$$

$\boxed{1/2}$



$$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Or $\begin{cases} L_2 = \mu_0 \dfrac{N_2^2}{\ell_2} S_2 \\ M = N_2\, \mu_0 \dfrac{N_1}{\ell_2} S_1 \end{cases}$ or $N_2 \ll N_1$

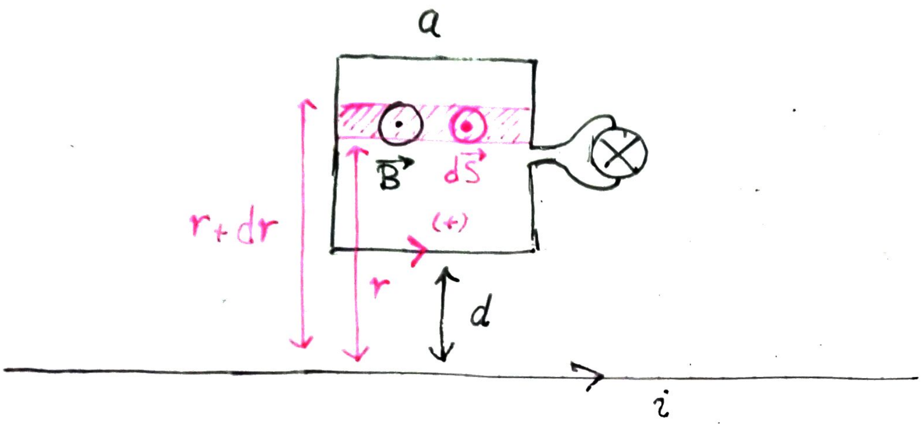
ie $N_2^2 \ll N_1 N_2$

$$\text{donc } L_2 \ll M$$

$$\text{donc } e_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$

$$i_2 = \frac{e_2}{R} = -\frac{M}{R}\frac{di_1}{dt} = \frac{M}{R}\omega I_0 \sin(\omega t) \text{ d'après Pouillet}$$

$\boxed{2/1}$



$\vec{B}$ variable donc ϕ varie donc apparition de $\begin{cases}\text{courant induit} \\ \text{f.é.m.}\end{cases}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\vec{u_\theta} \quad \text{donc} \quad d\phi = N\vec{B}\,d\vec{S} = N\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\cdot a\,dr$$

$\boxed{2/2}$

$$\phi = \int_d^{a+d} N\frac{\mu_0 i}{2\pi r}a\,dr = N\frac{\mu_0 i a}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}$$

$\boxed{2/3}$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{N\mu_0 a}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}\frac{di}{dt}$$

Or $i = I\sqrt{2}\cos(2\pi f t)$

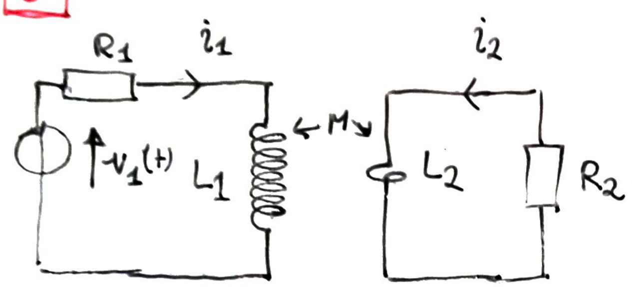
$$e = \frac{N\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) I\sqrt{2}\, 2\pi f \sin(2\pi f t)$$

On a $|e| > 1{,}5$ V

donc $$N > \frac{1{,}5}{\mu_0 a I \sqrt{2} f \ln \frac{d+a}{d}}$$

$$> 21$$

$\boxed{3}$



$\boxed{3/1}$

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ 0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{cases}$$

$\boxed{3/2}$

$$\underline{A} = \frac{\underline{i_2}}{\underline{i_1}} = -\frac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega}$$

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{v_1}}{\underline{i_1}} = \frac{R_1 \cancel{\underline{i_1}} + jL_1\omega \cancel{\underline{i_1}} + jM\omega \cancel{\underline{i_1}} \left(-\frac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega}\right)}{\cancel{\underline{i_1}}}$$

$$= R_1 + jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega}$$

$\boxed{3/3}$

$$\frac{L_1\omega}{R_1} = \frac{L_1 2\pi f}{R_1} = 260$$

$$\frac{L_2\omega}{R_2} = \frac{L_2 2\pi f}{R_1} = 4{,}5$$

$$\underline{A} = -\frac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega} \sim -\frac{M}{L_2}$$

$$\underline{Z}_e = R_1 + jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega} \sim j\left(L_1\omega - \frac{M^2\omega}{L_2}\right)$$

$$|\underline{A}| = \frac{M}{L_2} = 8{,}3\overline{3}$$

$$|\underline{Z}_e| = L_1\omega - \frac{M^2\omega}{L_2}$$

$$= L_1 2\pi f - \frac{M^2 2\pi f}{L_2}$$

$$= 2{,}1\ \Omega$$

$\boxed{3/4}$

$$P_1 = R_1 I_1^2 = R_1\left(\frac{V_1}{|\underline{Z}_e|}\right)^2 = 69\ \text{W}$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = R_2\left(|\underline{A}|I_1\right)^2 = 2{,}2\ \text{kW}$$