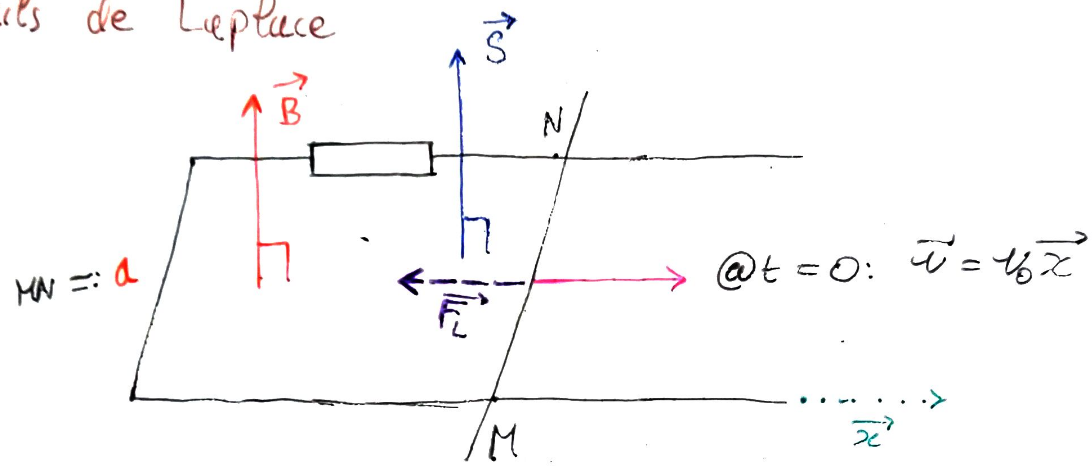
B Cas de Lorentz circuit mobile dans un champ stationnaire

1 Conversion puissance électrique ↦ mécanique

ex rails de Laplace



Mouvement tige ⇒ $\|\vec{S}\|$ augmente

⇒ ϕ varie

⇒ apparition de

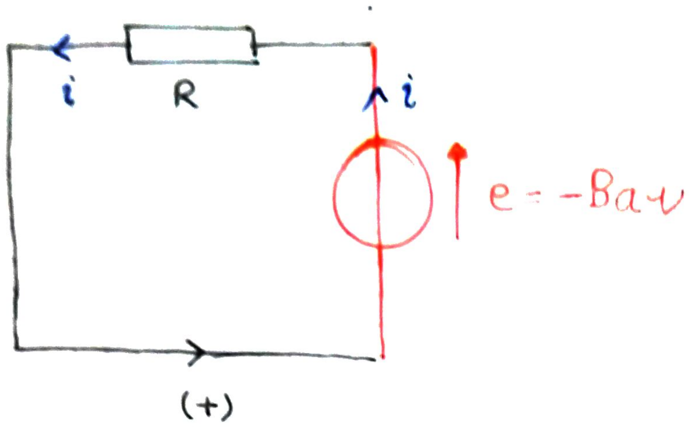
- courant induit
- fém induite

remq ⇒ force de Laplace opposée au mouvement tige

On a $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B a x$

Alors $e = -\dfrac{d\phi}{dt} = -Bav$

schéma électrique



$$i = \frac{e}{R} = -\frac{Bav}{R} < 0$$

Mécaniquement

$$m\vec{a} = \cancel{\vec{P} + \vec{R_n}} + \vec{F_L} = i\,\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$

$$= iaB\,\vec{u_x}$$

$$= -\frac{B^2a^2}{R}v\,\vec{u_x}$$

s'oppose au mouvement originel

Projection:

$$m\dot{v} = -\frac{B^2a^2}{R}v \qquad /Ox$$

ie $v(t) = v_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{Rm}{B^2a^2}$ (cste de temps)

Puissance

$$\boxed{P_L = \vec{F_L}\cdot\vec{v} = iaB\,\vec{u_x}\cdot v\,\vec{u_x} = iaBv}$$

• $\boxed{P_{fem} = e \cdot i = -Bav \cdot i}$

On a $\boxed{P_{fem} + P_L}$ Bilan auxiliaire

remq

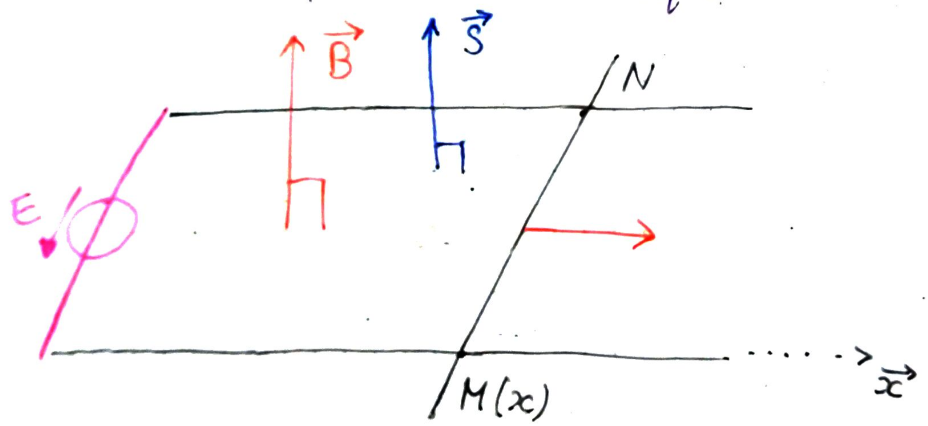
$$m\dot{v} = iaB$$

ie $m v\dot{v} = iaBv = -ei = -Ri^2$

ie $$\boxed{\frac{dE_c}{dt} = -Ri^2}$$

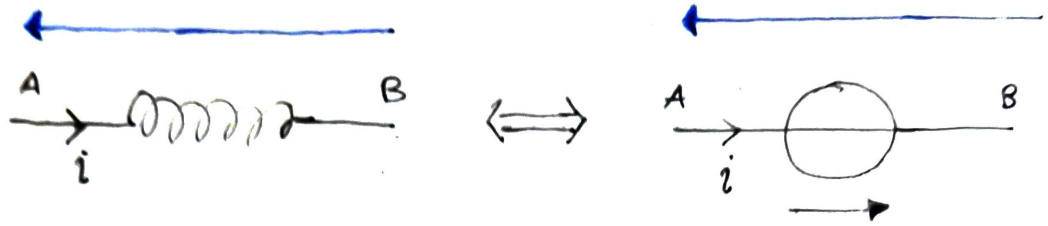
On a bien réalisé une conversion d'énergie mécanique en énergie électrique : c'est le principe de l'alternateur

2 Convertion de puissance électrique ⟼ mécanique



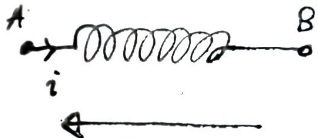
3 Aspect énergétique

Loi de Lenz :



$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Li) = -L\frac{di}{dt}$$

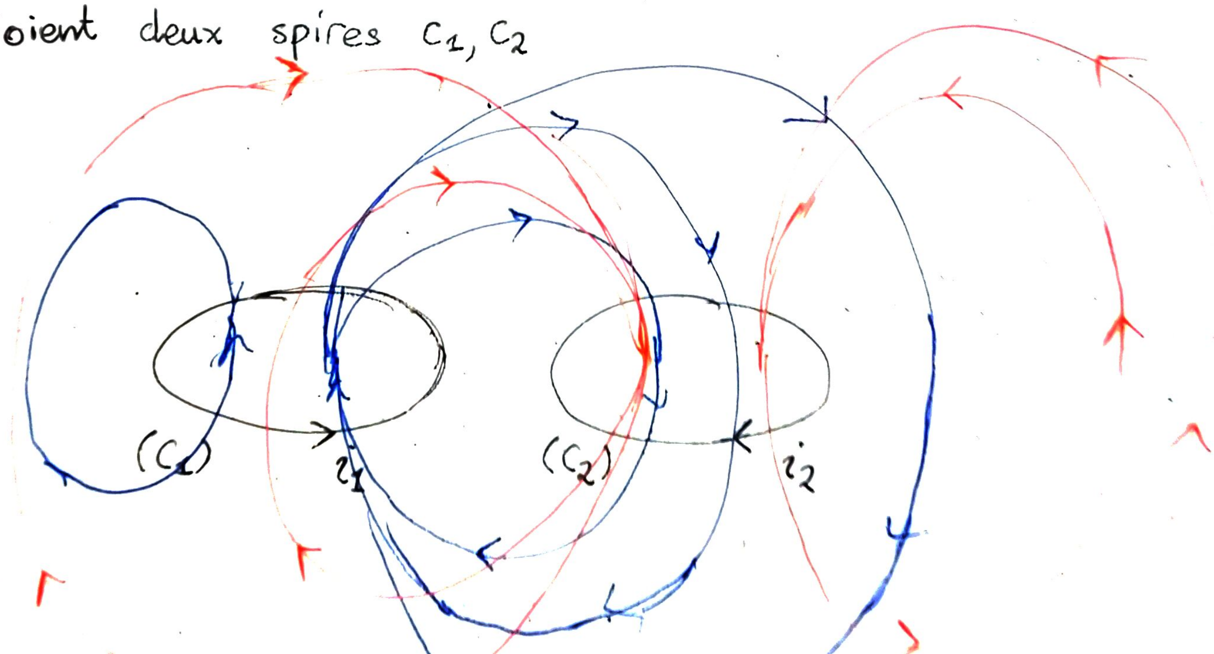
Pour le solénoïde/bobine



$$\boxed{u_{AB} = -e = L\frac{di}{dt}}$$

4 Cas de 2 circuits en iteraction

Soient deux spires C_1, C_2



La tige subit $\vec{E}$ et $\vec{B}$ ⇒ Une force de Laplace apparaît

⇒ la tige se déplace

⇒ $\|\vec{S}\|$ varie

⇒ Φ varie

⇒ un courant induit apparaît
fém

et s'oppose au générateur

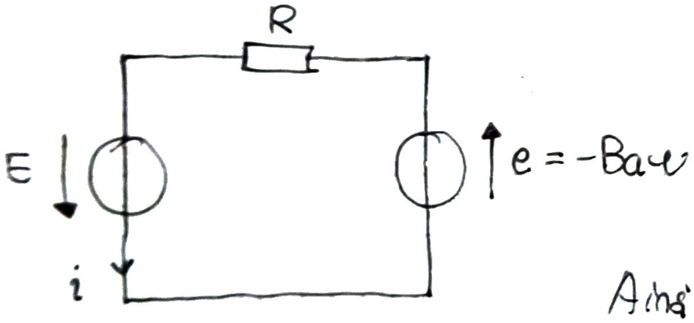
Équation mécanique

$$\vec{F_L} = i\,\vec{MN} \wedge \vec{B} = i\,a\,B\,\vec{u_x}$$

$$m\vec{a} = \cancel{\vec{P} + \vec{R_n}} + \vec{F_L}$$

donc $\boxed{m\dot{v} = iaB}$

Équation électrique



$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bax)$$
$$= -Bav$$

Ainsi $\boxed{i = \frac{e+E}{R} = \frac{E - Bav}{R}}$

On obtient

$$\frac{dv}{dt} = \frac{iaB}{m} = \frac{E}{Rm} - \frac{B^2a^2}{Rm}v$$

ie $\dot{v} + \frac{v}{\tau} = \frac{EaB}{Rm}$

ie $v(t) = \frac{EaB\tau}{Rm}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

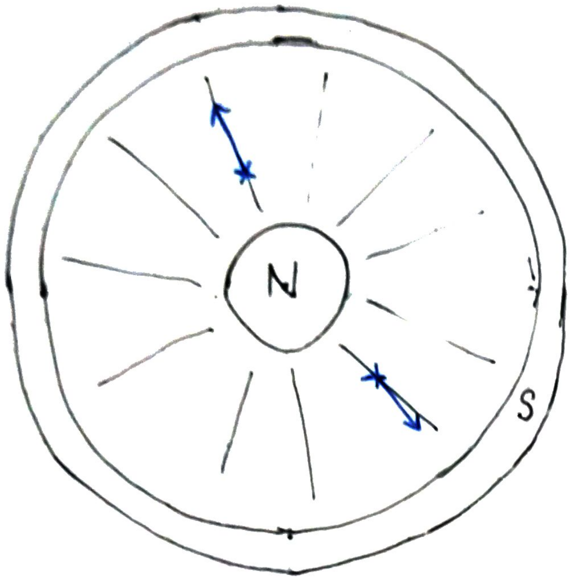
Le phénomène s'arrête quand la tige sort du $\vec{B}$.

<u>Conclusion</u>

On a bien converti de l'énergie électrique en mécanique.

3 Principe du haut-parleur

[poly: haut-parleur]



On allume les Prodipes ⇒ On crée une tension $u(t)$.

⇒ Il apparaît un courant variable $i(t)$ dans la bobine, qui est dans $\vec{B}$

⇒ Il apparaît une force de Laplace **variable**

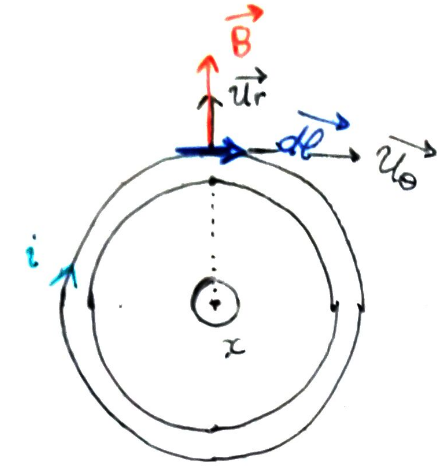
⇒ la membrane subit la même force car solidaire

⇒ vibration

⇒ ondes sonores !

électrique ↦ mécanique

donc couplage, donc transducteur électrodynamique



⚠ $\vec{F_L} \neq i\,\vec{MN} \wedge \vec{B}$ car $\vec{B}$ pas rectiligne !

$$d\vec{F_L} = i\,\vec{dl} \wedge \vec{B} = i\,dl\,B\,\vec{u_x}$$

d'où $\vec{F_L} = \int i\,dl\,B\,\vec{u_x} = iB\vec{u_x}\int dl$

ie $\boxed{\vec{F_L} = ilB\vec{u_x}}$

<u>EM</u>

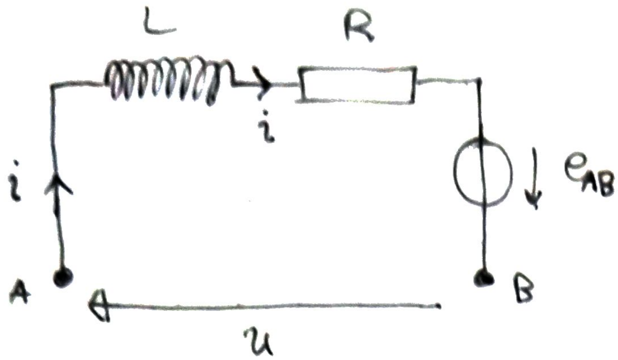
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = \cancel{\vec{P} + \vec{R_n}} + \overbrace{\vec{F}}^{\text{ressort}} + \vec{F_L} + \overbrace{\vec{f}}^{\text{frottement}}$$

sur (Ox) : $m\dot{v} = ilB - \alpha v - kx$

$$P_L = ilB\vec{u_x} \cdot v\vec{u_x} = ilBv$$

<u>Bilan aux.</u> $P_{fem} + P_L = 0$ ie $P_{fem} = e_{AB}\, i = -ilBv$

ie $\boxed{e_{AB} = -lBv}$



$$u = L\frac{di}{dt} + Ri - e_{AB}$$

ie $$\boxed{u = L\frac{di}{dt} + Ri + \ell B v}$$

ie $$ui = Li\frac{di}{dt} + Ri^2 + i\ell B v$$

or $(EM)\cdot v \Leftrightarrow$ $$mv\frac{dv}{dt} = \underbrace{i\ell B v} - \alpha v^2 - kxv$$

ie $$ui = Li\frac{di}{dt} + \underbrace{Ri^2}_{P_1(i)} + mv\frac{dv}{dt} + \underbrace{\alpha v^2}_{P_2(v)} + kx\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v}$$

ie $$\boxed{ui = P_1(i) + P_2(v) + \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx\right)}$$

$$\langle ui \rangle = \langle P_1(i) \rangle + \langle P_2(v) \rangle + 0$$

car i, v, x périodiques et on fait les $\langle \cdot \rangle$ sur une période

Rendement

$$\eta = \frac{\overbrace{\langle \alpha v^2 \rangle}^{\text{"puissance" sonore}}}{\underbrace{\langle ui \rangle}_{\text{tension fournie}}} = \frac{\langle \alpha v^2 \rangle}{\langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle}$$

On veut α grand, R petit.

En RSF

(EE) : $\underline{u} = jL\omega\underline{i} + R\underline{i} + \ell B\underline{v}$

$$= \underline{i}(jL\omega + R) + \ell B\underline{v}$$

(EM) :

$$jm\omega\underline{v} = -\alpha\underline{v} - k\frac{\underline{v}}{j\omega} + \underline{i}\ell B$$

d'où $\underline{v} = \dfrac{\underline{i}\ell B}{\alpha + jm\omega + \frac{k}{j\omega}}$

d'où

$$\underline{u} = \underline{i}\left(\underbrace{jL\omega + R}_{\underline{Z}_e} + \underbrace{\frac{\ell^2B^2}{\alpha + jm\omega + \frac{k}{j\omega}}}_{\underline{Z}_{am}}\right)$$

$$\underbrace{\frac{1}{\underline{Z}_{am}}}_{\frac{1}{\underline{Z}_{éq}}} = \underbrace{\frac{\alpha}{\ell^2B^2}}_{\frac{1}{\underline{Z}_{R'}}} + \underbrace{\frac{jm\omega}{\ell^2B^2}}_{\frac{1}{\underline{Z}_{L'}}} + \underbrace{\frac{k}{j\omega\,\ell^2B^2}}_{\frac{1}{\underline{Z}_{C'}}}$$

ie $\dfrac{1}{R'} + jC'\omega + \dfrac{1}{jL'\omega}$

$$\begin{cases} R' = \dfrac{\ell^2B^2}{\alpha} \\ C' = \dfrac{m}{\ell^2B^2} \\ L' = \dfrac{k}{L^2B^2} \end{cases}$$