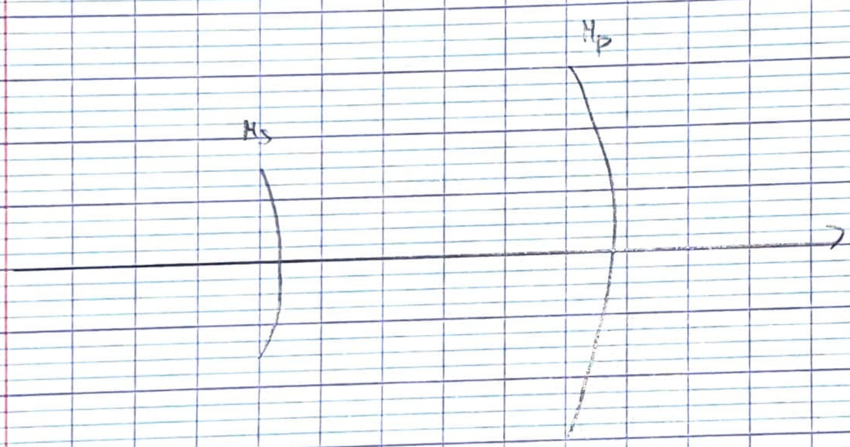
$$4{,}5 + 21{,}25 = \frac{25{,}75}{56}$$

Maxime LAURENDIN 26/1/22
D.S. 6 Optique & Thermodynamique

Page 1/

• Problème I - Interférométrie stellaire

• 1 - Système optique



~~a) S_1 et S_2 sont séparés de 8 m donc d'après la formule de conjugaison,~~

$\cancel{\frac{1}{S_1S_2}}$ D'après la formule de conjugaison

$$\frac{1}{SF_p} + \frac{1}{S\infty} = \frac{1}{SC}$$

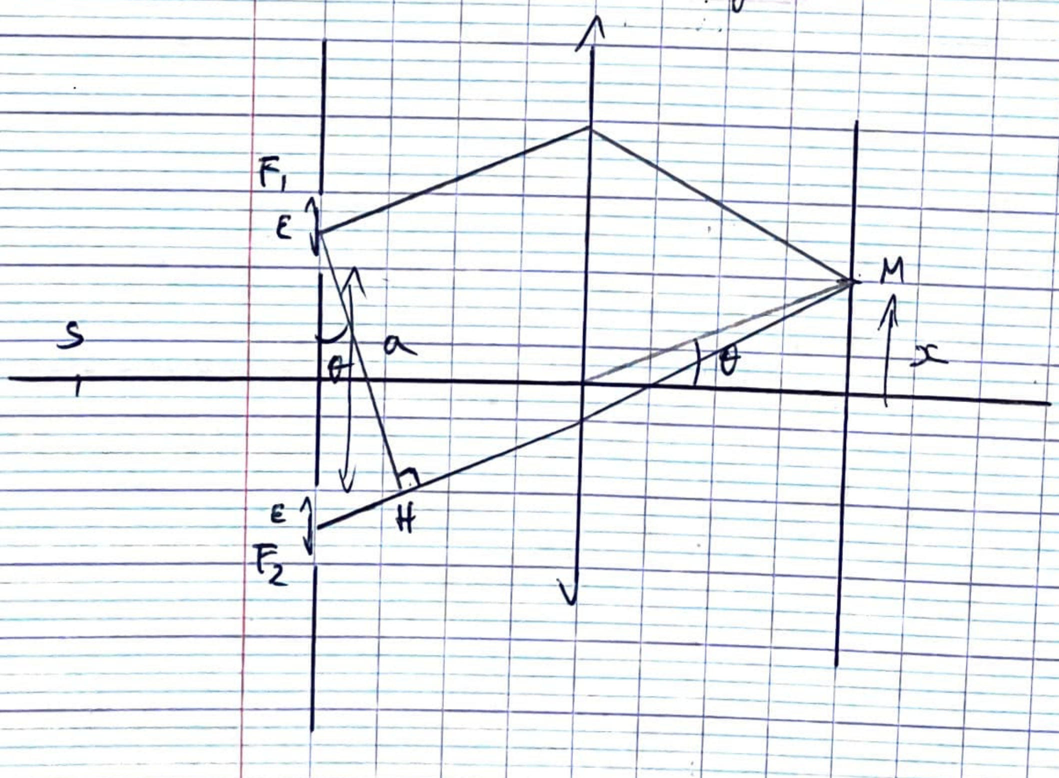
AN ?

b. S_1 et S_2 sont séparés de ~~9m~~ donc d'après formule de conjuguaison

$$\frac{1}{\overline{S_2F_C}} + \frac{1}{\overline{S_2F_P}} = \frac{1}{\overline{S_2C}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{S_2F_C}} = \frac{1}{\overline{S_2C}} - \frac{1}{\overline{S_2F_P}} = \frac{\overline{S_2F_P} - \overline{S_2C}}{\overline{S_2F_P}\ \overline{S_2C}}$$?

3. Fentes de Young



$\delta_M = (F_2M) - (F_1M)$

$= (F_2H) + \cancel{(HM)} - \cancel{(F_1M)}$ car H et F_1 appartiennent au même plan d'onde.

$= F_2H$

or $\tan\theta = \frac{x}{f'}$ et $\sin\theta = \frac{F_2H}{a + d\varepsilon}$ et $\theta \simeq \tan\theta = \sin\theta$

donc $F_2H = \frac{ax}{f'} + \frac{d\varepsilon}{f'}x$

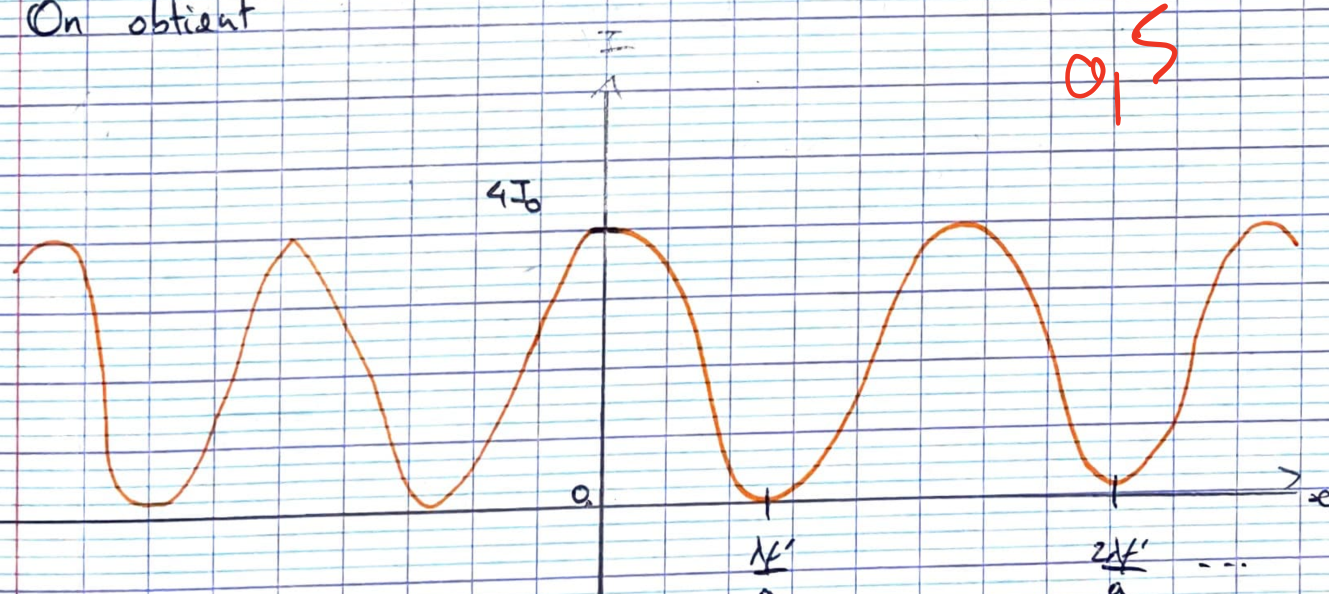
$\varepsilon = 0$ ici

et d'après la formule de Fresnel,

$I = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta\right)\right) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{f'} + \cancel{\frac{d\varepsilon}{f'}x}\right)\right)$

On obtient

0,5



Une frange est claire si I est maximal

i.e. si $\exists n \in \mathbb{Z}$, $\frac{2\pi}{\lambda}\frac{a x_n}{f'} = 2n\pi \Rightarrow x_n = n\frac{\lambda f'}{a}$

or $i = |x_{n+1} - x_n| = \frac{\lambda f'}{a} = \frac{635.10^{-9} \times 24}{70.10^{-2}} = 2{,}17.10^{-9}$ m

On a aussi $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{635.10^{-9}}{70.10^{-2}} = 9{,}07.10^{-7}$ rad

or $1° = 60'$, $60\,s = 1'$

donc 1 millisecondes d'arc $= \frac{10^{-3}}{60 \times 60} \times \frac{\pi}{180}$ rad

$\Rightarrow$ 1 millisecondes d'arc $= 4{,}8.10^{-9}$ rad

et $\theta = 185$ milliseconde d'arc.

/ 0,5

En réalité les fentes d'young sont une superposition de sources élémentaires

cos sin

$d\varepsilon \Leftrightarrow dI$ et $\varepsilon \Leftrightarrow I_{total}$

donc $dI(x) = \frac{1}{\varepsilon} 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{f'} + \frac{d\varepsilon}{f'}x\right)\right)\right) d\varepsilon$

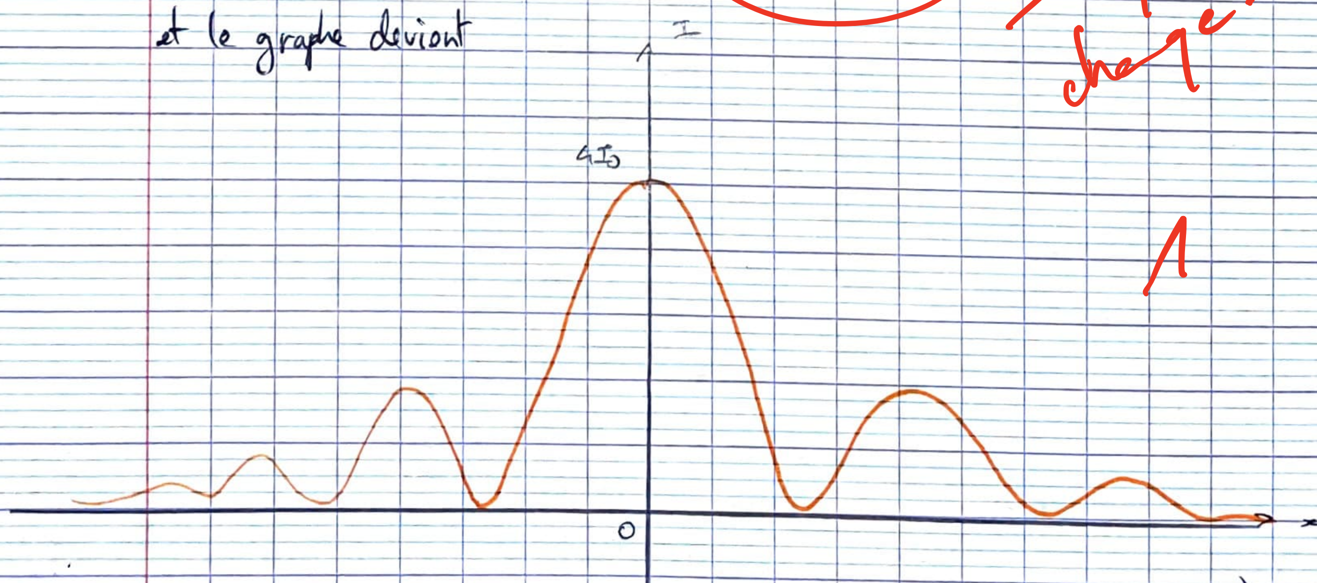
$\Rightarrow I(x) = \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2} 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{f'} + \frac{d\varepsilon}{f'}x\right)\right)\right) d\varepsilon$

$\Rightarrow I(x) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f'}\right)\right) \mathrm{sinc}\left(\frac{\varepsilon x \pi}{\lambda f'}\right)$

c'est I_0 qui change.

/

et le graphe devient



1

c) si $\frac{\varepsilon}{a} \to 0$ alors $\varepsilon \ll a$ et $I(x) \simeq 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{f'}\right)\right)$

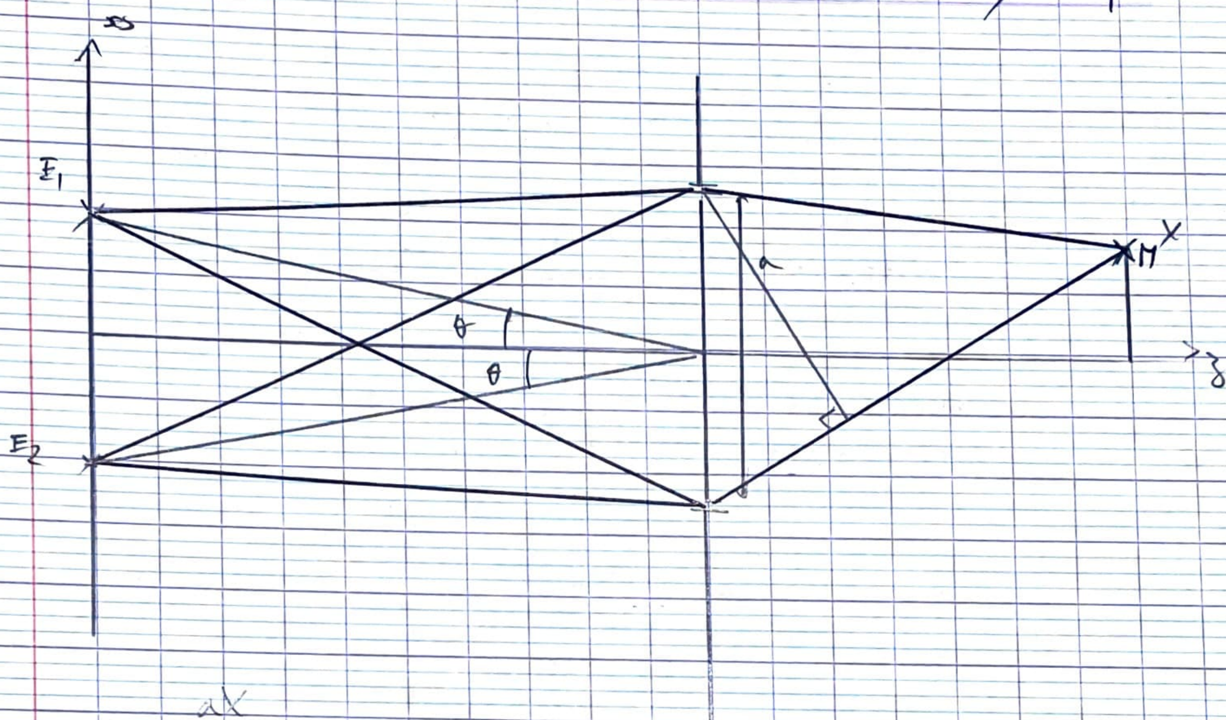
bof.

On retrouve le 1er graphe de la q° b.

On en déduit que plus les fentes sont larges, plus l'éclairement diminue.

age 2/

4 - Distance angulaire d'une étoile double symétrique



* Pour ~~f'~~ E_1 : $\delta_M = (E_1F_1) + (F_1M) - (E_1F_2) - (F_2M)$

$\Rightarrow \delta_{M_1} = (E_1F_1) - (E_1F_2) - \underbrace{(F_1M) - (F_2M)}$

comme à la partie 3, on trouve $\frac{aX}{f'}$.

Calculons $E_1F_1 - E_1F_2$

$E_1 \begin{pmatrix} -D_S \\ x_{S_1} \end{pmatrix}$ $F_1 \begin{pmatrix} 0 \\ a/2 \end{pmatrix}$ $F_2 \begin{pmatrix} 0 \\ -a/2 \end{pmatrix}$

$$E_1F_2 = \sqrt{D_S^2 + (x_{S_1} + a/2)^2} = D_S\sqrt{1 + \left(\frac{x_{S_1} + a/2}{D_S}\right)^2}$$

$$\underset{(DL)}{\simeq} D_S\left(1 + \frac{x_{S_1}^2 + x_{S_1}a + a^2/4}{2D_S^2}\right)$$

$$E_1F_1 = \sqrt{D_S^2 + \left(x_{S_1} - a/2\right)^2}$$

$$= D_S\left(1 + \frac{x_{S_1}^2 - x_{S_1}a + a^2/4}{2D_S^2}\right)$$

$E_2F_2 - E_1F_1$

et ~~E_1F_1~~ $= \dfrac{2x_{S_1}aD_S}{2D_S^2} = \dfrac{x_{S_1}a}{D_S}$

donc $\delta_{M_1} = \dfrac{x_{S_1}a}{D_S} + \dfrac{aX}{f'}$

~~de même~~

De même $\delta_{M_2} = \dfrac{x_{S_2}a}{D_S} + \dfrac{aX}{f}$

donc l'éclairement pour E_1 est

$2I_S\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{aX}{f} + \frac{x_{S_1}a}{D_S}\right)\right)\right)$

et pour E_2 :

$2I_S\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{aX}{f} + \frac{x_{S_2}a}{D_S}\right)\right)\right)$

2

b. L'éclairement devient uniforme lorsque $\theta = \dfrac{\lambda}{a_1}$

? 0

c. On note a_1 et a_2 les amplitudes de E_1 et E_2

$\mathcal{E} = a_{total}\, a_{total}^*$.

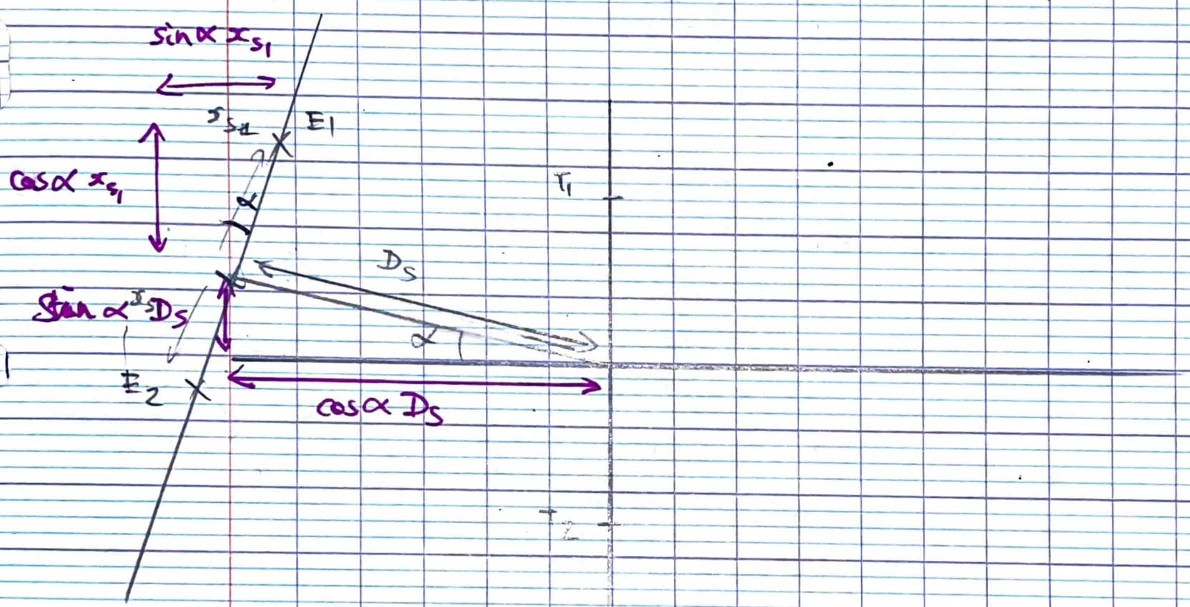
$a_{total} =$

fo.

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{635 \cdot 10^{-9}}{116,5 \cdot 10^{-2}} = 5,45 \cdot 10^{-7} \text{ rad} = \cancel{113} \text{ millisecondes d'arc}$$

$$\cancel{\Rightarrow \theta = \frac{5,45 \cdot 10^{-7}}{60 \times 60} \times \frac{\pi}{180} = }$$

• 5. Interféromètre à deux télescopes



$$\cancel{a \quad \Phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{M_1} = }$$

$$E_1 \begin{pmatrix} -\cos\alpha\, D_S + \sin\alpha\, x_{S_1} \\ \sin\alpha\, D_S + \cos\alpha\, x_{S_1} \end{pmatrix} \qquad E_2 = \begin{pmatrix} -\cos\alpha\, D_S - \sin\alpha\, x_{S_2} \\ \sin\alpha\, D_S - \cos\alpha\, x_{S_2} \end{pmatrix}$$

On en déduit

$$E_1F_1 = \sqrt{(\sin\alpha\, x_{S_1} \mp \cos\alpha\, D_S)^2 + (\cos\alpha\, x_{S_1} + \sin\alpha\, D_S - \tfrac{a}{2})^2}$$

?

b. $\mathcal{E}(M) = a_{total}(M)\, a^{*}_{total}(M)$

$a_{total}(M) = 2I_0\left(1 - e^{-i\Phi_1}\right) 2I_0$

?

d. Si $L_S = -1$, $\cos\left(2\pi \frac{1+L_S}{\lambda}\right) = 0$, cela permet à l'éclairement d'être maximal.

ma

6. Distance angulaire des composantes d'une étoile double non symétrique

a.

Page 3/

~~$|\gamma_S| = \gamma_S \gamma_S^* = C_1 e^{i\pi \frac{a}{\lambda_S}} C_2 e^{i\pi\frac{a}{\lambda_S}}$~~

$$\gamma_S = C_1 \cos\left(\pi \frac{a}{\lambda_S}\right) + iC_1 \sin\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right) + C_2 \cos\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right) - iC_2 \sin\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right)$$

$$\Rightarrow |\gamma_S| = \sqrt{(C_1+C_2)^2\cos^2\left(\frac{\pi a}{\lambda_S}\right) + (C_1-C_2)^2 \sin^2\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right)}$$

$$\left\{\begin{array}{l} Re(\gamma_S) = C_1 \cos\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right) + C_2\cos\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right) \\ Im(\gamma_S) = C_1 \sin\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right) - C_2 \sin\left(\pi\frac{a}{\lambda_S}\right) \end{array}\right.$$

b.
$$I(P) = (I_{S_1} + I_{S_2})\left(1 + \cos\left(2\pi a\left(\frac{x}{\lambda f} + \frac{a}{2\lambda_S}\right)\right) + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f} - \frac{a}{2\lambda_S}\right)\right)$$

$$\Rightarrow I(P) = (I_{S_1} + I_{S_2})\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f}\right)\cos\left(\frac{2\pi a}{2\lambda_S}\right)\right)$$

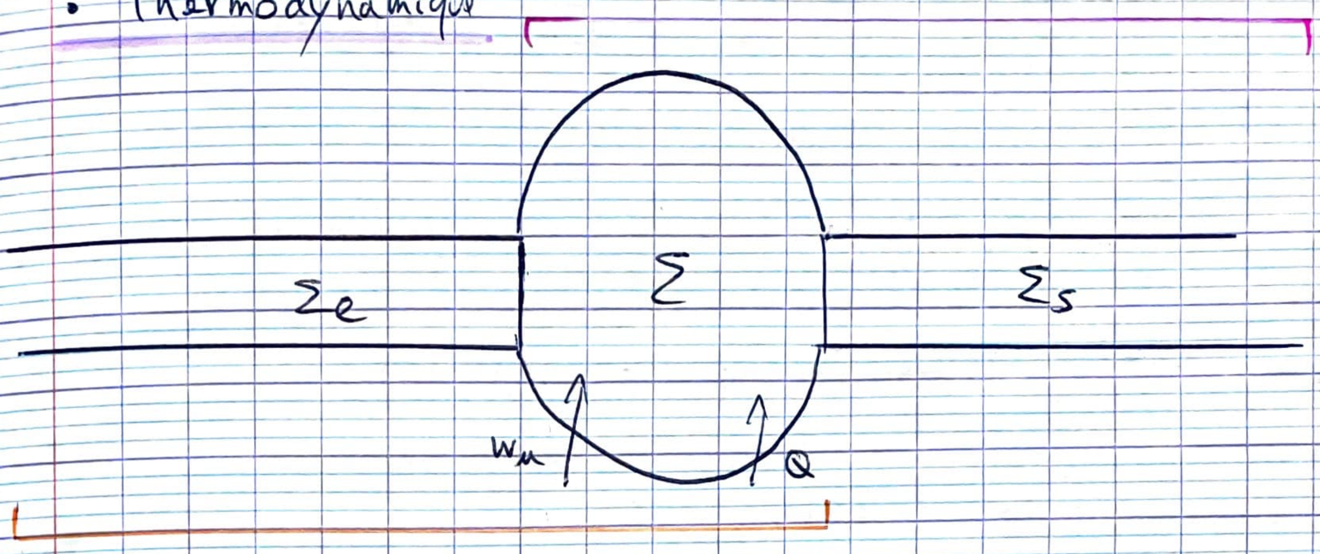
$$\cancel{V}(P) = \frac{(I_{S_1}+I_{S_2})(2\gamma_S)}{I_{S1}+S_2\,(2)} = \gamma_S$$

On a aussi $I(P) = \cos\left(\frac{\pi a}{\lambda_S}\right)$

0,5

- Thermodynamique

$\Sigma' = \Sigma + \Sigma_s$ à $t + dt$



$\Sigma' = \Sigma_e + \Sigma$ à t

1er principe : $\Delta U + \Delta E = W_u + Q + W_p$

(1) $W_u = dm\, w_u$, travail massique

(2) $Q = dm\, q$, transfert massique

(3) $W_p = \frac{P_e}{\rho_e} dm - \frac{P_s}{\rho_s} dm$,

En effet les surfaces étant homogènes, les forces qui s'appliquent sont $P_e S_e$ et $P_s S_s$

donc $\delta W = P_e S_e c_e\, dt - P_s S_s c_s\, dt$ or $D_m = \rho S c$

donc $\delta W = \frac{P_e}{\rho_e} D_m\, dt - \frac{P_s}{\rho_s} D_m\, dt$

(4) L'écoulement étant stationnaire

$\Delta U = U_{\Sigma'(t+dt)} - U_{\Sigma(t)}$

$= \cancel{U_\Sigma} + U_{\Sigma_s} - \cancel{U_\Sigma} - U_{\Sigma_e} = (u_s - u_e)\, dm$

(5) de même, $\Delta E_c = (e_s - e_e)\, dm$

donc $u_s - u_e + e_s - e = \frac{P_e}{\rho_e} - \frac{P_s}{\rho_s} + q + w$

$\Rightarrow \underline{\Delta h + \Delta e = q + w}$

or $\Delta h = h_s - h_e$ enthalpie massique

et $\Delta e = \Delta e_c + \Delta e_p$

$$= \underline{\frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e)}$$

1 / 2

2. $\Delta h = c_{pm}(T_s - T_e)$

0,25

donc $\underline{c_{pm}(T_s - T_e)} + \frac{1}{2}(\cancel{c_s^2 - c_e^2}) + g(\cancel{z_s - z_e}) = q + w$

≈ 0 $\qquad \approx 0$

3. $C_v = \underline{\frac{R}{\gamma - 1}}$ et $c_p = \underline{\frac{\gamma R}{\gamma - 1}}$

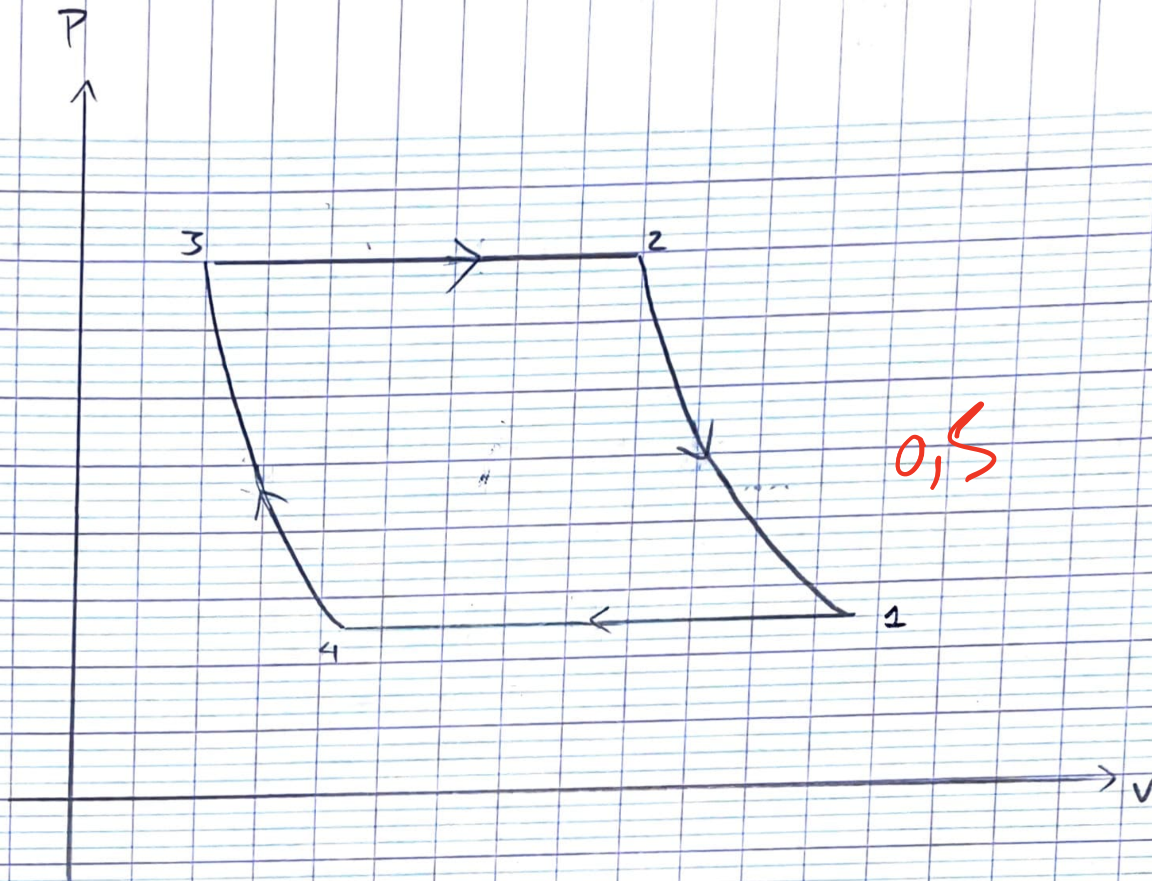
donc $c_{v,m} = \frac{C_v}{m} = \underline{\frac{R}{M(\gamma - 1)}}$ et $c_{p,m} = \underline{\frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)}}$ 0,5

4. A.N. $c_{v,m} = \underline{0,717}$ J.K^{-1}.g^{-1}

et $c_{p,m} = \underline{1,003}$ J.K^{-1}.g^{-1} 0,5

• II. Modélisation idéale du cycle : cycle de Joule

5.



Page 4/

0,5

6. $\Delta S = \frac{\delta Q}{T} = \frac{c_p dT}{T} - \frac{V dP}{T} = \frac{c_p dT}{T} - \frac{nR}{P} dP$

donc $\Delta s = c_{p,m} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - \frac{R}{M} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$

$\Rightarrow s(T,P) = s(T_0,P_0) + c_{p,m} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - \frac{R}{M} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$

1,5

7. l'évolution est isobare donc $\frac{s(T,P) - s(T_0,P_0)}{c_{p,m}} = \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$

$\Rightarrow T = T_0 e^{\frac{s(T,P) - s(T_0,P_0)}{c_{p,m}}}$. d'où la représentation sous forme d'exponentielle

0,5

8. $2 \rightarrow 3$ est une réaction isobare donc

$q_{23} = \Delta h = c_{p,m}(T_3 - T_2) > 0$

1

$4 \rightarrow 1$ isobare $\Rightarrow q_{41} = c_{p,m}(T_1 - T_4) < 0$

9. isentropique $\Rightarrow$ adiabatique réversible

$\Rightarrow \Delta h = W_{12}$

$\Rightarrow \underline{W_{12} = C_{p,m}(T_2 - T_1)}$ 0,5

10 isentropique $\Rightarrow \Delta h = W_{3,4}$

$\Rightarrow \underline{W_{3,4} = C_{p,m}(T_4 - T_3)}$ 0,5

11. $\underline{W_{net} = -W_{12} - W_{3,4}} = C_{p,m}(T_2 - T_1) + C_{p,m}(T_4 - T_3)$

+12.

signes! $\underline{= C_{p,m}(T_2 - T_1 + T_4 - T_3)}$ 0,25

13. Le rendement s'écrit

$$\underline{\eta = \frac{-W_{net}}{q_{23}}} \quad \left(\frac{\text{travail reçu}}{\text{chaleur fournie}} \right)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{-C_{pm}(T_2 - T_1 + T_4 - T_3)}{C_{pm}(T_3 - T_2)}$$ 0,5

$$\Rightarrow \eta = \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{-T_2 + T_3} = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$$

$$\eta = \frac{q_{23} + q_{41}}{q_{23}} = 1 + \frac{q_{41}}{q_{23}} \quad \text{or}$$

$$\frac{q_{41}}{T_1} + \frac{q_{23}}{T_2} = 0 \Rightarrow \frac{q_{41}}{q_{23}} = -\frac{T_1}{T_2}$$

Faux! $T \neq$ cte.

$$\Rightarrow \underline{\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}}.$$

0,75

15. La réaction 1→2 est adiabatique réversible donc d'après la loi de Laplace :

$$P_1^{\gamma} T_1^{1-\gamma} = P_2^{\gamma} T_2^{1-\gamma}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1-\gamma} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \tau^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \frac{1}{\tau^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

0,75

et $\eta = 1 - \frac{1}{z}$, $z = \tau^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}}$ non !

16. η dépend uniquement de τ et de γ.
γ ne pouvant être changé, il faut influer sur la grandeur τ.

0,5

17. Notons $\mathcal{A}$ l'aire du cycle.
Alors $\mathcal{A} = \int p dV$ donc $\mathcal{A} = -W$. explique !

0,5

18. Notons $\mathcal{B}$ l'aire de ce cycle

$\mathcal{B} = \int T dS$. or $\Delta U = -PdV + TdS$
$\Rightarrow TdS = Q$ $\left(\text{ou } dS = \frac{\delta Q}{T}\right)$

donc $\mathcal{B} = Q$.

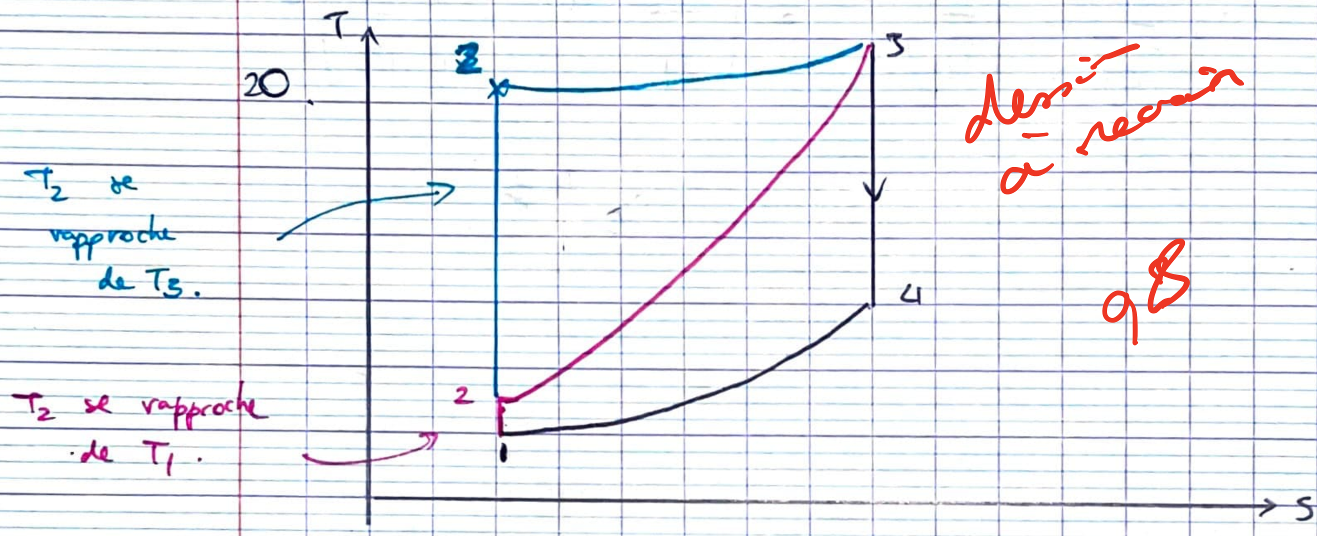
explique !!

0,5

pourquoi ?

19. $W_{net} = -q_c - q_F$ donc en connaissant Q, on en déduit W_{net}.

0,25

20. 

dessin à revoir

98

21. Lorsque l'aire sous la courbe (T,S) diminue, Q diminue donc W augmente.

pas clair.

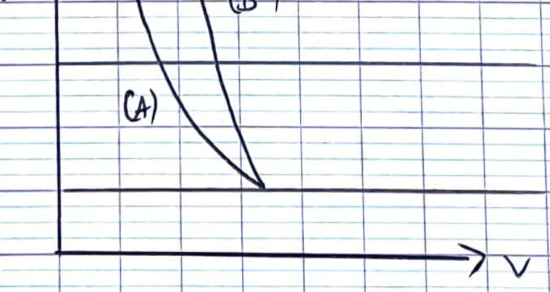
22. $W_{net} = C_{p,m} \left(T_2 - T_1 + T_4 - T_3 \right)$

?

Page 5/

• III - Mise en place d'une compression étagée

26.



Dans le cas d'une isotherme, T est constante donc $PV = \text{constante} \Rightarrow P = \frac{\text{constante}}{V}$

0,25

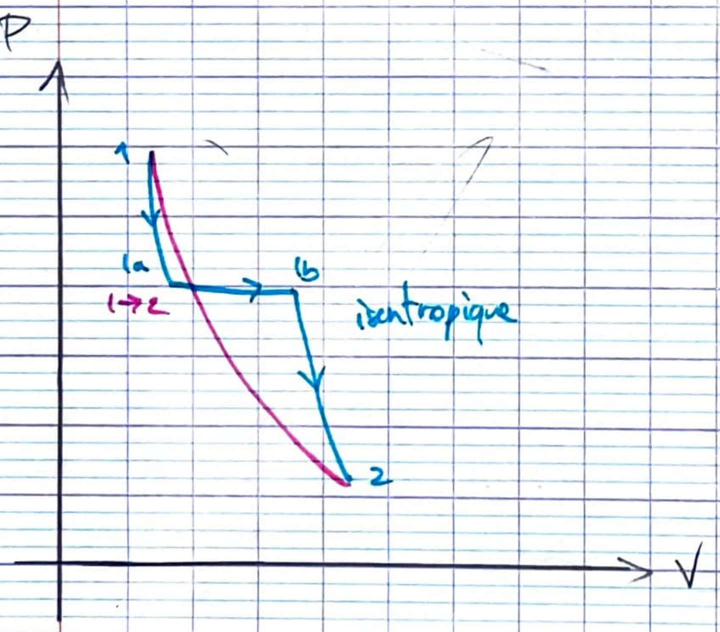
C'est l'équation d'une hyperbole : proche de la courbe (A)

$\Delta U = -PdV + TdS = -PdV$ si isentropique

$\delta Q = C_p dT - VdP$ or $dS = \frac{\delta Q}{T}$

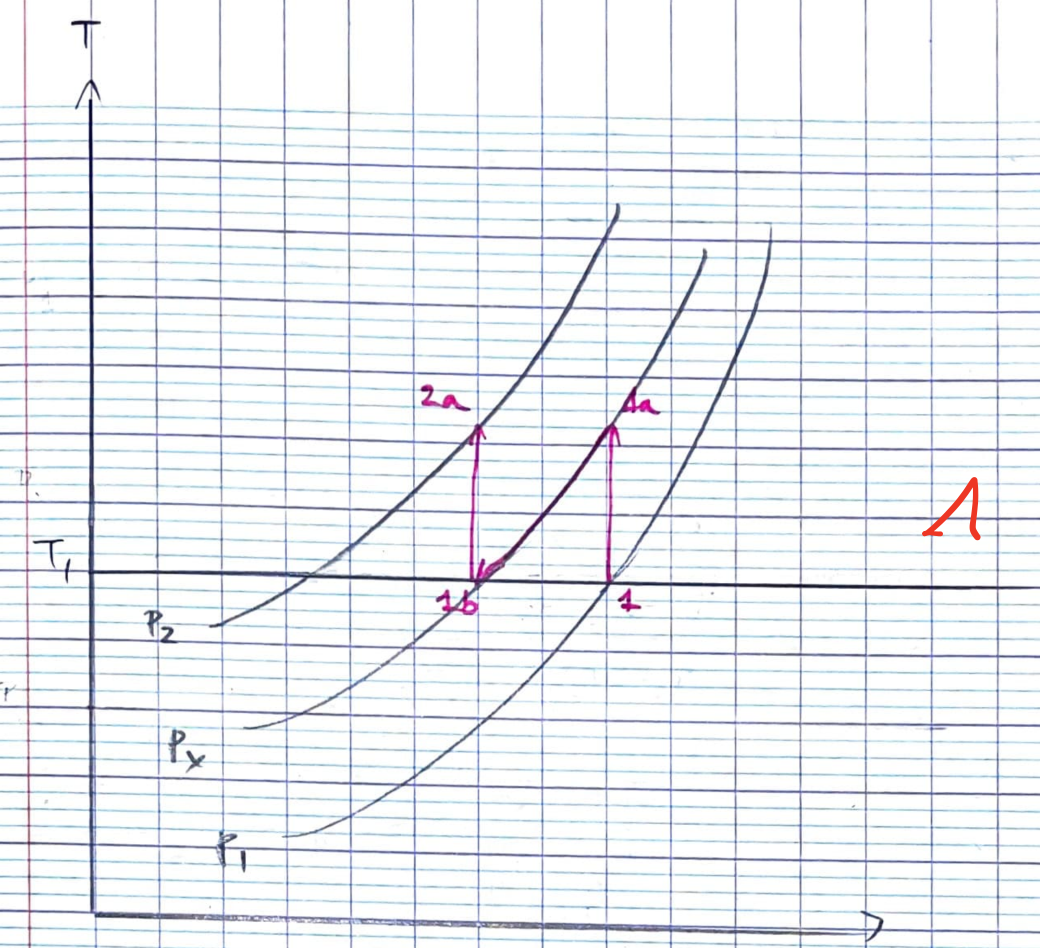
donc $\Delta S = c_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) - R\ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right)$?

La courbe (B) correspond aux isentropiques



La compression à 2 étages permet d'obtenir une aire plus importante.

1



1

• IV. Turbine à gaz avec compresseur et turbine à deux étages et régénérateur

30. Voir Annexe (↗)

31. D'après le 1er principe, $q = \Delta h$

donc $h_{A \to B} = c_{p,m} (T_B - T_A)$

$\Rightarrow$ que q se déduit des Températures du diagramme au coefficient $c_{p,m}$ près.

Voir annexe (↗)

1

32. $r = \dfrac{-W_{reçu}}{Q_{chaud}}$

$$\Rightarrow r = \frac{q_{chaud} + q_{froid}}{q_{chaud}}$$

erreur.

$$\Rightarrow r = 1 + \frac{q_{froid}}{q_{chaud}}$$

$$= 1 + \frac{q_{910} + q_{101}}{q_{45} + q_{56}}$$

$$= 1 + \frac{T_1 - T_2 + T_2 - T_5}{T_5 - T_4 + T_6 - T_5}$$

$$\Rightarrow r = 1 + \frac{T_1 - T_5}{T_6 - T_4} = \cancel{1 + \frac{T_1 - T_5}{T_6 - T_2}}$$

33. On note τ_i le taux de compression au $i^{é}$ étage.

$\cancel{\tau_1 = \frac{P_{01}}{P_1}}$ $\quad \forall i,j \in [\![1, n]\!], \ \tau_i = \tau_j$

donc $\tau = \frac{P_2}{P_1} = \tau_i^{\,n}$

$$\Rightarrow \tau_i = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{n+1}}$$

0,75

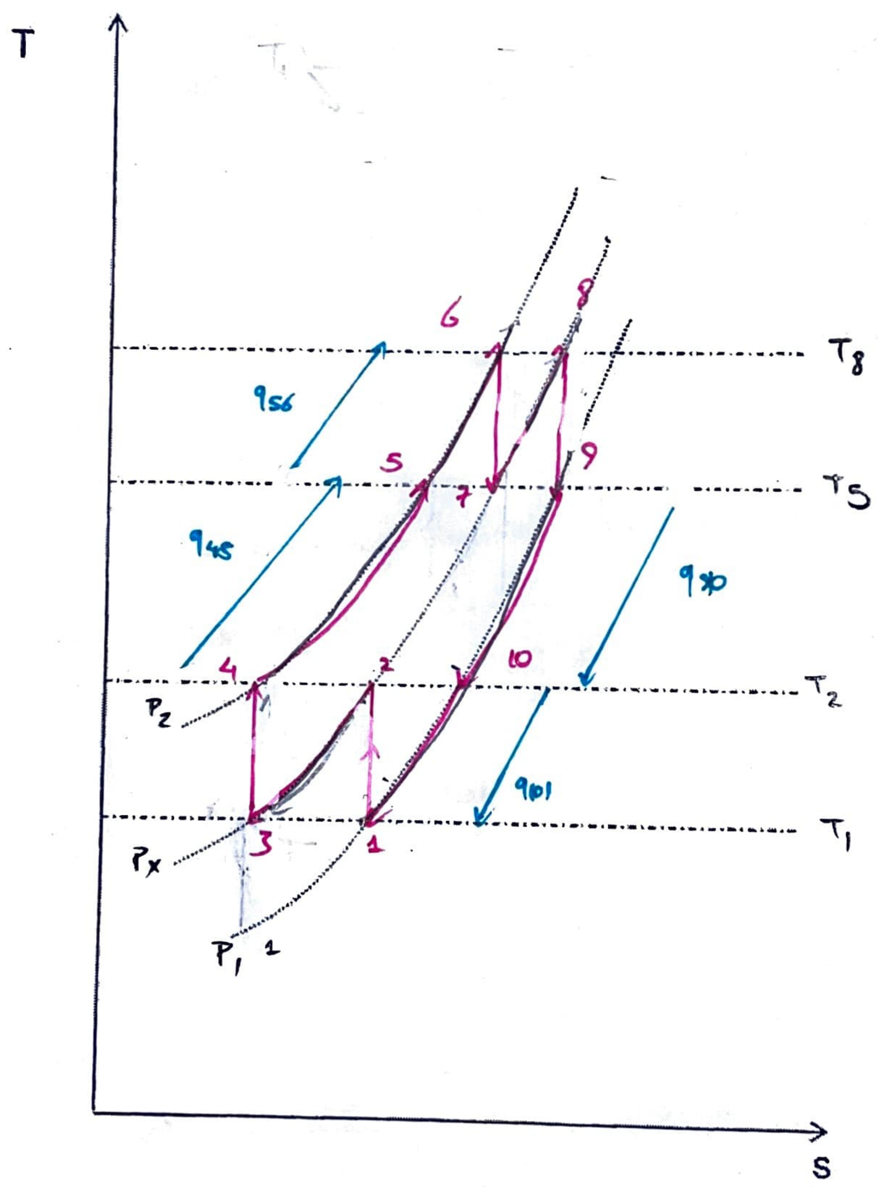
34. $\tau_i \longrightarrow 1$ lorsque n tend vers $+\infty$.

~~Avoir trop d'~~

0,5

DOCUMENT ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE :

FIGURE 8

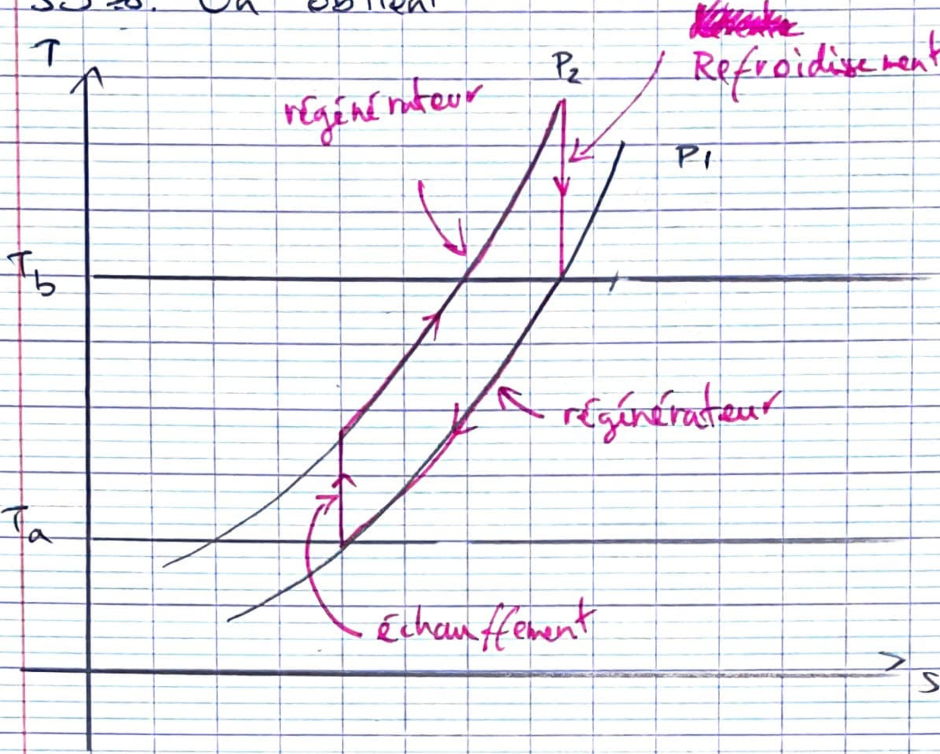


2

(B)

Page 6/

~~35~~ 36. On obtient



~~37. $\Delta S = S_c + S_e$~~

~~Pour q_{ch}, il y a réversibilité donc $S_c = 0$~~

~~et $\Delta S = \frac{q_{ch}}{}$~~

37. La réaction est isentropique donc adiabatique et réversible :

$\Delta S = S_c + S_e = S_e$ car $S_c = 0$ (réversible

donc $dS = \frac{\delta Q}{T}$ or $\Delta h = -PdV + TdS$

$\Rightarrow \frac{\Delta h - PdV}{T} = \frac{\delta Q}{T}$. Lois de laplace : $P_2^{\gamma} T_b^{1-\gamma} = P_1^{\gamma} T_a^{1-\gamma}$

?

On souhaite trouver $\frac{q_f}{T_a} + \frac{q_c}{T_b} = 0$

39. $r = \frac{-w}{q_c} = \frac{q_c + q_f}{q_c} = 1 + \frac{q_f}{q_c}$

or $\frac{q_f}{T_f} + \frac{q_c}{T_c} = 0$

$\Rightarrow \frac{q_f}{T_a} + \frac{q_c}{T_b} = 0$

$\Rightarrow r = 1 - \frac{T_a}{T_b}$.

1

40. Une compression à 2 étages est plus efficace qu'une mais lorsque le nombre d'étage est trop grand, le système n'est plus efficace d'après la q° 34. 3 étages semble donc être un bon compromis

b.f

0,5