

1. Système Optique:

a. F_p est à $\frac{30}{2} = 15m$ à gauche de S_1

b. $\frac{1}{S_2 F_p} + \frac{1}{S_2 F_c} = \frac{2}{S_2 C_2} \Rightarrow \frac{1}{S_2 F_c} + \frac{1}{-6} = \frac{2}{-32} \Leftrightarrow \frac{S_2 F_c}{S_1 F_c} = 9,6m$
 $\frac{S_2 F_c}{S_1 F_c} = 0,6m$

2.a. - Par la lentille même les rayons se croisent à l'infini dans le plan focal image de l'objet.
 - déphasage entre 2 rayons doit venir de 0.
 - la fct exp(ux+ory) a une fréquence en x: u

2.b. $\psi(u, v) = \int_{-a}^{+a} dy e^{-i2\pi v y} \int_{-E/2}^{E/2} dx e^{-i2\pi u x} = \left[\frac{e^{-i2\pi v y}}{-i2\pi v} \right]_{-a}^{+a} \left[\frac{e^{-i2\pi u x}}{-i2\pi u} \right]_{-E/2}^{E/2}$

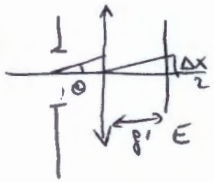
(A) $= \frac{\sin 2\pi v a}{2\pi v} \rightarrow 0$ si $v \neq 0$
 (B) $= \frac{\sin \pi u E}{\pi u E} \cdot E = E \text{sinc}(\pi u E)$

$I(u) = \psi \psi^* = E^2 \text{sinc}^2(\pi u E)$

le 1^{er} maximum secondaire est en: $\pi u E = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{I(u)}{I(0)} = \frac{1}{(\frac{3\pi}{2})^2} = 4,5 \cdot 10^{-2}$

2.c. le 1^{er} min nul est pour $\pi u E = \pi$ soit $u = \frac{1}{E}$

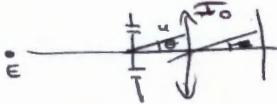
ou $u = \frac{\sin \theta}{\lambda} \Rightarrow$ le 1^{er} min est à $\sin \theta = \frac{\lambda}{E}$



après la lentille: $\Delta x = 2f' \tan \theta \approx 2f' \frac{\lambda}{E} = 2,18 \cdot 10^{-4} m$

et $\frac{\Delta x}{2f'} = \frac{\lambda}{E} = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = 907 \mu''$

3.a. $I(u) = I_0 (1 + \cos(2\pi a u))$ avec $u = \frac{x}{\lambda f}$



b. L'interfrange vaut: $2\pi a u = 2\pi$ soit $u = \frac{\sin \theta}{\lambda} \Leftrightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{a}$
 $\Rightarrow \theta = 181 \mu''$

c. si $E/a \rightarrow 0$, il ne reste que les interférences, le sinc tendant vers 1.

4.a. $I_1 = I_s \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f} + \frac{2\pi a x_{s1}}{\lambda D_s}\right) \right]$ $I_2 = I_s \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f} - \frac{2\pi a x_{s2}}{\lambda D_s}\right) \right]$

b. chaque figure est centrée en $\frac{x_{s2} f'}{D_s}$ et $-\frac{x_{s1} f'}{D_s}$
 Si l'écart correspond à une 1/2 interférence soit $\frac{2\lambda f'}{2a}$, l'éclaircissement est uniforme soit $\frac{x_{s2} f'}{D_s} + \frac{x_{s2} f'}{D_s} = \frac{\lambda f'}{a} \Rightarrow a = \frac{\lambda}{2\theta}$

c. $I = 2I_s \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a x_s}{\lambda D_s}\right) \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f}\right) \right]$ car $x_{s1} = -x_{s2}$
 $\theta = 545 \mu''$

5.a. $\vec{T}_1 E_1 \left[D_s \cos \alpha + \frac{a}{2} \sin \alpha \right]$ $\vec{T}_2 E_2 \left[D_s - \frac{a}{2} \cos \alpha' \right]$ axe $O_2 S_2'$
 $+ x_{s1} + \frac{a}{2} \sin \alpha'$ axe x_s . $\alpha' = \frac{\pi}{2} - \alpha$

$\Phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (T_2 E_2 - T_1 E_1 + L_s) = \frac{2\pi}{\lambda} \left(D_s \left(1 + \frac{a^2}{4D_s^2} \cos^2 \alpha' + \frac{a^2}{4D_s^2} \cos^2 \alpha + \left(\frac{x_{s1} - \frac{a}{2} \sin \alpha'}{D_s} \right)^2 \right)^{1/2} - D_s \left(1 + \frac{a^2}{D_s^2} \cos^2 \alpha + \frac{a^2}{4D_s^2} \cos^2 \alpha + \left(\frac{x_{s1} + \frac{a}{2} \sin \alpha'}{D_s} \right)^2 \right)^{1/2} + L_s \right)$

$\Phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(a \sin \alpha + \frac{a x_{s1}}{D_s} \cos \alpha + L_s \right)$

$\Phi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(a \sin \alpha + \frac{a x_{s2}}{D_s} \cos \alpha + L_s \right)$

5.b. $I = I_1 + I_2 = 2I_s \left(1 + \cos \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \cos \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right) = 2I_s \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (a \sin \alpha + L_s) \cos \left(\frac{\pi a x_s \cos \alpha}{\lambda D_s} \right) \right)$ ①

$P = a \sin \alpha$

$b = a \cos \alpha$ car $\theta = \frac{x_s}{D_s}$ // 1

5.c. $\frac{\pi b \theta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{2a \cos \alpha} = 20,8 \text{ m}^{-1}$ // 0,5

5.d. $I = 2I_s \left(1 + \cos \frac{\pi b \theta}{\lambda} \right)$ la seule cause de disparition des franges est θ . // 0,5

6.a. $I = I_{s1} (1 + \cos \phi_1) + I_{s2} (1 + \cos \phi_2)$

$= (I_{s1} + I_{s2}) \left(1 + \frac{1}{1+\mu} \left(\cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{g} + \frac{ax_{s1}}{D_s} \right) + \mu \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{g} - \frac{ax_s}{D_s} \right) \right) \right)$

$= (I_{s1} + I_{s2}) \left(1 + \text{Re} \left[e^{i \frac{2\pi ax}{\lambda}} \left[\frac{e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax_{s1}}{D_s}}}{1+\mu} + \frac{\mu}{1+\mu} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax_s}{D_s}} \right] \right] \right)$

$c_1 = \frac{1}{1+\mu} = \frac{c_2}{\mu}$

$P_s = \frac{2D_s}{2x_{s1}}$ // 2

or ici $\lg \theta = \frac{2x_{s1}}{D_s} = \theta \Rightarrow P_s = \frac{\lambda}{\theta}$

$\text{Re}(\gamma_s) = \frac{\cos \frac{\pi a}{P_s} + \mu \cos \frac{\pi a}{P_s}}{1+\mu} = \cos \frac{\pi a}{P_s}$ // 0,5

$\text{Im}(\gamma_s) = \sin \frac{\pi a}{P_s} \cdot \frac{1-\mu}{1+\mu}$ // 0,5

$\alpha_s = \arctg \left(\frac{1-\mu}{1+\mu} \lg \left(\frac{\pi a}{P_s} \right) \right)$ // 0,5

$\gamma_s = \left[\cos^2 \frac{\pi a}{P_s} + \left(\frac{1-\mu}{1+\mu} \right)^2 \cdot \sin^2 \frac{\pi a}{P_s} \right]^{1/2} = \frac{\sqrt{(1+\mu)^2 + 2\mu \cos \frac{2\pi a}{P_s}}}{1+\mu}$ // 0,5

6.b) $I(P) = (I_{s1} + I_{s2}) \left(1 + \gamma_s \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda g} + \alpha_s \right) \right)$

donc $V = \gamma_s$ module. // 0,5

6.c. $V = \sqrt{\frac{(1-\mu)^2 + 4\mu \cos^2 \left(\frac{\pi a}{P_s} \right)}{(1+\mu)^2}}$

$V_{\max} = 1$ $V_{\min} = \left| \frac{1-\mu}{1+\mu} \right|$ // 0,5

si $\mu = 1$ $V_{\min} = 0$.

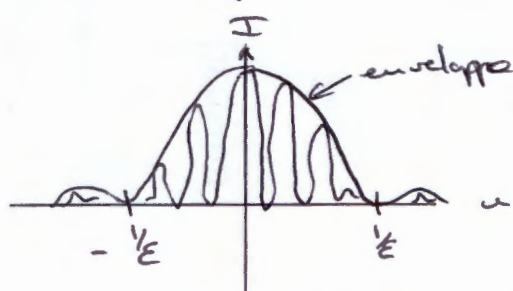
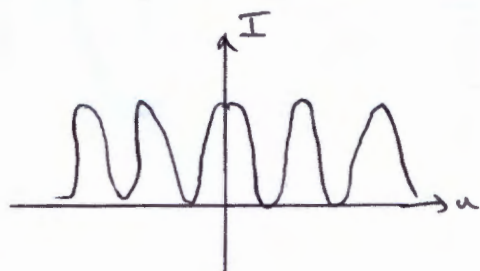
6.d. $\theta = \frac{\lambda}{2} V_{\min} \Rightarrow \frac{\pi a}{P_s} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\theta a}{\lambda} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\lambda}{2a} = 55 \text{ m}^{-1}$ // 0,5

$1-\mu > 0$ car $\alpha_s > 0 \Rightarrow \frac{1-\mu}{1+\mu} = V_{\min} \Leftrightarrow \frac{1-V_{\min}}{1+V_{\min}} = \mu \Leftrightarrow \mu = 0,48$

// 0,5

3.b. suite: la diffraction va moduler l'éclairement I_0

qui devient $I_0 \text{sinc}^2(\pi \epsilon u)$ avec $u = \frac{z}{\lambda f}$ // 0,5



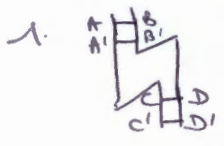
sans diffraction

avec diffraction.

si $\epsilon \rightarrow 0$ la tache centrale s'élargit.

// 1

Thermodynamique / 37



1^{re} ppe au syst $\vec{a} = t$: $AA'BB' + ABCD$
 $\vec{a} = t + dt$: $AB'C'D + CC'DD'$

$$d(U + E_c + E_p) = \delta W_p + \delta W_u + \delta Q \quad (1)$$

avec $\delta W_p = p_e S_e c_e dt - p_s S_s c_s dt = \frac{p_e}{\rho_e} dm \Rightarrow \frac{p_s}{\rho_s} dm$

$$\delta W_u = w dm$$

$$\delta Q = q dm$$

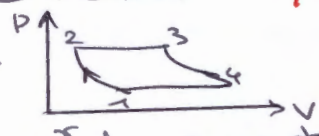
(1) $U_{ABCD} + U_{A'B'C'D} + E_{c,ABCD} + E_{c,A'B'C'D} + E_{p,ABCD} + E_{p,A'B'C'D}$
 $- U_{A'B'C'} - U_{A'B'C'D} - E_{c,A'B'C'} - E_{c,A'B'C'D} - E_{p,A'B'C'} - E_{p,A'B'C'D} = \frac{p_e}{\rho_e} dm \Rightarrow \frac{p_s}{\rho_s} dm + w dm + q dm$
 $u_s dm + \frac{1}{2} c_s^2 dm + dm g z_s - u_e dm - \frac{1}{2} c_e^2 dm - dm g z_e = \frac{p_e}{\rho_e} dm - \frac{p_s}{\rho_s} dm + w dm + q dm$
 $\Rightarrow h_s - h_e + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e) = q + w \quad / 2$

2. GP $\Rightarrow h_s - h_e = c_{pm}(T_s - T_e)$
 $c_s \approx c_e \approx 0$ et pas d' $E_p \Rightarrow c_{pm}(T_s - T_e) = q + w \quad (1) / 0,5 \text{ et } 4,5$

3. Mayer $\Rightarrow c_p - c_v = R$ et $\frac{c_p}{c_v} = \gamma \Rightarrow c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$ et $c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$
 $\Rightarrow c_{pm} = \frac{\gamma R}{\pi(\gamma - 1)}$ $c_v = \frac{R}{\pi(\gamma - 1)} \quad / 0,5$

4. $c_{pm} = 1.10^3 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ $c_{vm} = 7,2.10^2 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1} \quad / 0,5$

5. 2 isentropiques + 2 isobares.



1-2: isentropique $p \uparrow$ et $p v^\gamma = \text{cte} \Rightarrow p = \frac{c_v}{v^\gamma}$

2-3: chauffage isbare $T_3 > T_2$

3-4: détente isentropique.

4-1: refroidissement isbare.

6. $dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T} = \frac{c_p dt}{T} - \frac{v dp}{T} \Rightarrow ds = c_{pm} \frac{dT}{T} - \frac{R dp}{T p}$ car $p v = \frac{R}{M} T$ (masique!)

$\Rightarrow ds = \frac{\gamma R}{\pi(\gamma - 1)} \frac{dT}{T} - \frac{R dp}{T p} \Rightarrow s(T, p) = s(T_0, p_0) + \frac{\gamma R}{\pi(\gamma - 1)} \ln \frac{T}{T_0} - \frac{R}{\pi} \ln \frac{p}{p_0}$
 ou $s(T, p) = s(T_0, p_0) + \frac{R}{\pi(\gamma - 1)} \ln \frac{T^\gamma p^{1-\gamma}}{T_0^\gamma p_0^{1-\gamma}} \quad / 1,5$

7. isobare $\Rightarrow dp = 0 \Rightarrow s(T, p) = s_0 + \frac{\gamma R}{\pi(\gamma - 1)} \ln \frac{T}{T_0} \Rightarrow T = T_0 e^{\frac{\Delta s}{c_{pm}}} \quad / 0,5$

8. dans les échangeurs $w = 0$

(1) $\Rightarrow q_{23} = c_{pm}(T_3 - T_2)$ et $q_{41} = c_{pm}(T_1 - T_4) \quad / 1$

9. isentropique $\Rightarrow q_{12} = 0 \Rightarrow w_{12} = c_{pm}(T_2 - T_1) \quad / 0,5$

10. isentropique $\Rightarrow q_{34} = 0 \Rightarrow w_{34} = c_{pm}(T_4 - T_3) \quad / 0,5$

11. $w_{net} = |w_{turbine}| - |w_{compresseur}|$ car $w_{net} > 0$

$w_{net} = -w_{34} + w_{12} \quad / 0,5$ car $w_{34} < 0$ et $w_{12} > 0$

12. $w_{net} = c_{pm}(T_1 - T_2 + T_3 - T_4) \quad / 0,5$

13. $\eta = \frac{w_{net}}{q_{23}} = \frac{\text{énergie récupérée}}{\text{énergie fournie}} \quad / 0,5$

14. $\eta = \frac{c_{pm}(T_1 - T_2 + T_3 - T_4)}{c_{pm}(T_3 - T_2)} = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$

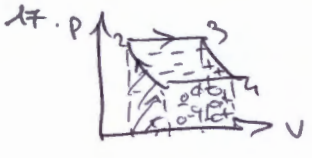
on ΔS cycle = 0 = $\Delta S_{12} + \Delta S_{23} + \Delta S_{34} + \Delta S_{41} = c_p m \ln \frac{T_3}{T_2} + c_p m \ln \frac{T_4}{T_1}$

$\Rightarrow T_3 T_1 = T_2 T_4$

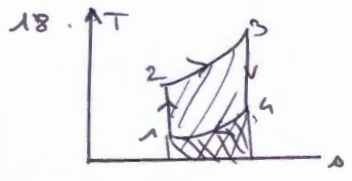
$\eta = 1 + \frac{T_1 - \frac{T_3 T_1}{T_2}}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad / 2$

15. Laplace $\Rightarrow P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = z^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow \eta = 1 - z^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow z = z^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad / 1$

16. il faut augmenter z taux de compression
 _____ γ en choisissant un meilleur gaz. / 1
 _____ des transformations réversibles.



$\delta W = -p_{ext} dV = -p dV \Rightarrow$ Pour chaque étape, le travail est l'aire sous la courbe réversible.
 donc l'aire du cycle est le travail total du cycle
 or $w_{cycle} = -w_{net} \Rightarrow$ l'aire du cycle est $|w_{net}| \quad / 1$



2^{de} app: $ds = \frac{\delta q_{rev}}{T} = \frac{\delta q}{T}$ car rev ici
 $\Rightarrow \delta q = T ds \Rightarrow$ l'aire sous la courbe est le transfert thermique.
 // // q_{23} // // $q_{41} \Rightarrow$ aire du cycle est $q_{23} + q_{41} \quad / 1,5$

19. on a un cycle donc $\Delta S = 0 = w_{cycle} + q_{cycle} = -w_{net} + q_{cycle} \Rightarrow q_{cycle} = w_{net}$

20. a.b. question curieuse!!



0,5

21. si T_2 est proche de T_3 , l'aire du cycle est faible car s_4 proche de s_1
 si T_2 est loin de T_3 , _____ T_2 proche de T_1
 donc si T_2 est loin de T_3 et de T_1 , l'aire doit passer par un maximum. / 1

22. $\eta = 1 - \frac{1}{z} = \frac{w_{net}}{q_{23}} = \frac{w_{net}}{c_p m (T_3 - T_2)}$ or of 15 $T_2 = T_1 z$
 $\Rightarrow w_{net} = c_p m (1 - \frac{1}{z})(T_3 - z T_1) \quad / 1$

23. $\frac{dw_{net}}{dz} = 0 = +\frac{1}{z^2}(T_3 - z T_1) + (1 - \frac{1}{z})(-T_1) = T_3 - z T_1 + z^2 T_1 - z T_1 \Rightarrow z = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} \quad / 1$

24. $w_{net} = c_p m (1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_3}})(T_3 - \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} T_1) = c_p m T_3 (1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_3}})^2 \quad / 0,5$

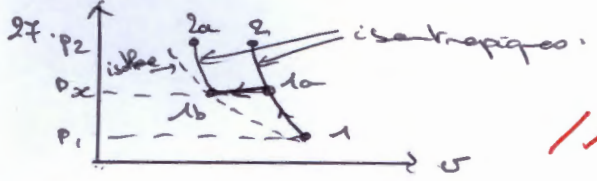
25. $z = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = 1,83 \Rightarrow w_{net} = 200 \text{ kJ.kg}^{-1}$

$T_2 = z T_1 \Rightarrow T_2 = 548 \text{ K}$

24. Laplace $\Rightarrow \frac{T_3}{P_4} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = z^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = z \Rightarrow T_4 = \frac{T_3}{z} = 548 \text{ K} = T_2 \quad / 2$

$\eta = 1 - \frac{1}{z} = 0,452$

26. isotherme: $p = \frac{nRT}{V} \propto \frac{1}{V}$ isotherme: $p \propto \frac{1}{V^\gamma} \Rightarrow$ pente isotherme < pente isotherme / 0,5



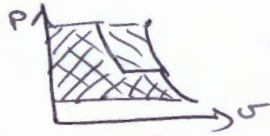
/ 1

28. On a $T_{2a} < T_2$

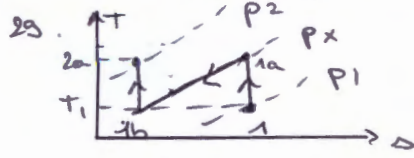
Par ailleurs $\Delta h = w_u + q$ ici $q = 0 \Rightarrow w_u = \Delta h$

~~donc~~ $dh = T ds - v dp$ car $h = u + pv \Rightarrow dh = du + d(pv)$
 $= T ds + v du + d(pv)$
 $= T ds - p dv + d(pv)$

donc $w_u = \int -v dp$ c'est l'aire à gauche de la courbe.



/// w_u (2 étages)
 /// w_u (1 étage) > w_u (2 étages) 1/1



1/1

30. voir feuille annex. 1/2

31. $4 \rightarrow 5$
 $5 \rightarrow 6$
 $8 \rightarrow 10$
 $10 \rightarrow 1$ } pas de partie mobile $\Rightarrow w = 0 \Rightarrow c_{pm}(T_j - T_i) = q_{ij}$ 1/1

32. $\eta = \frac{w_{net}}{q_{56} + q_{78}}$ on ne compte pas q_{15} car il est pris à l'air de $9 \rightarrow 10$.

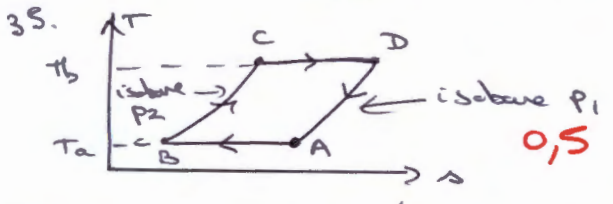
$$= \frac{-w_{12} - w_{34} - w_{67} - w_{89}}{q_{56} + q_{78}} = \frac{-c_{pm}(T_2 - T_1) - c_{pm}(T_4 - T_3) - c_{pm}(T_7 - T_6) - c_{pm}(T_9 - T_8)}{c_{pm}(T_6 - T_5) + c_{pm}(T_8 - T_7)}$$

or $T_4 = T_2$ $T_1 = T_3$ $T_5 = T_7$ et $T_6 = T_8 \Rightarrow \eta = \frac{T_1 - T_2 + T_6 - T_5}{T_6 - T_5} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_6 - T_5}$ 1,5

33. n étages $\Rightarrow \frac{P_2}{P_{2n}} = \frac{P_{2n}}{P_{2n-1}} = \dots = \frac{P_{22}}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} = \tau_1$

si on fait le produit de ces rapports $\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \tau_1^{n+1} \Rightarrow \tau_1 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{n+1}}$ 1/1

34. $n \rightarrow \infty \Rightarrow \tau_1 \rightarrow 1$ 1,5



36. A \rightarrow B : compression
 B \rightarrow C : réchauff. réversible.
 C \rightarrow D : détente
 D \rightarrow A : refroidissement réversible.

1,5

37. $s_D - s_C = c_{pm} \ln \frac{T_D}{T_C} - \frac{R}{\Gamma} \ln \frac{P_D}{P_C}$ cf. question 6.

or $P_D = P_2$ et $P_C = P_2 \Rightarrow s_D - s_C = -\frac{R}{\Gamma} \ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{q_{ch}}{T_B}$ car réversible

$\Rightarrow q_{ch} = \frac{T_B R}{\Gamma} \ln \frac{P_2}{P_1}$ 1/1

38. $\Delta s_{de} \Rightarrow q_{fr} = -\frac{RT_a}{\Gamma} \ln \frac{P_2}{P_1}$ 1,5

39. $\eta = -\frac{w}{q_{ch}}$ or $w + q_{ch} + q_{fr} = 0$ 1^{er} ppé $\Rightarrow \eta = 1 + \frac{q_{fr}}{q_{ch}} = 1 - \frac{T_a}{T_b}$ 1/1

40. On obtient le rendement du cycle de Carnot qui est un max.

3 étages pour ne pas trop encombrer.

1/1

DOCUMENT ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE :
 FIGURE 8

