LE BIHAN
Ewen MP

DS 4
Physique

$6{,}25 + 5{,}5 = \frac{11{,}75}{55}$

Électrodynamique

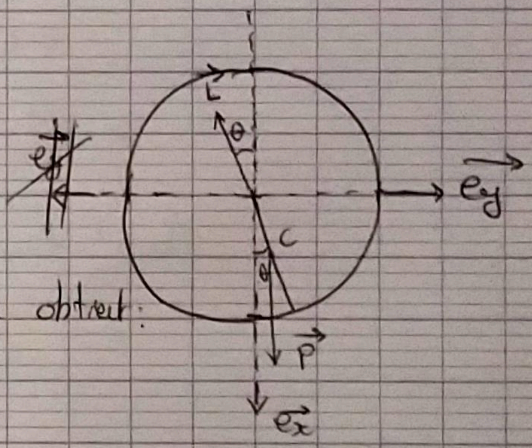
13:00 8 ~~système~~ {tige OA} référentiel $\mathcal{R}$, supposé Galiléen

forces • Poids $\vec{P} = m\vec{g}$ • Force de Lorentz $q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0}$ car $\|\vec{B}\| = \mu_0 I = 0$.

• Liaison $\vec{L} = L(-\cos\theta\, \vec{e_x} - \sin\theta\, \vec{e_y})$

Le PFD donne

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{L}$$



en projetant sur $\vec{e_x}$ et $\vec{e_y}$, on obtient:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = mg - L\cos\theta \\ m\ddot{y} = L\sin\theta \end{cases}$$

~~Or $J_{Oe_z} =$~~

Le théorème du moment cinétique donne:

$$\frac{dL_{Oe_z}}{dt} = \left(\vec{\mathcal{M}}_O(\vec{P}) + \vec{\mathcal{M}}_O(\vec{L})\right)\cdot \vec{e_z}$$

Or, en l'absence de frottements, la liaison $\vec{L}$ est considérée comme parfaite et a donc un moment cinétique nul sur son axe de rotation.

$$\mathcal{M}_O(\vec{P})\cdot\vec{e_z} = (\vec{OA}\wedge\vec{P})\cdot\vec{e_z}$$

$$= (\cancel{l\cos\theta\,\vec{e_x}\wedge mg\vec{e_x}}$$

$$+ l\sin\theta\,\vec{e_y}\wedge mg\vec{e_x})\cdot\vec{e_z}$$

$$= -l\sin\theta\, mg$$

Or $L_{Oe_z} = \dot{\theta}\cdot J_{Oe_z}$ donc $\dot{\theta} = \dfrac{L_{Oe_z}}{J_{Oe_z}} = \dfrac{L_{Oe_z}}{\cancel{ml^2/3}} = \dfrac{\dot{\theta}}{ml^2/3}$

donc $\dfrac{dL_{Oe_z}}{dt} = \dfrac{3\ddot{\theta}}{ml^2}$

On obtient l'équation différentielle

$$\frac{3\ddot{\theta}}{ml^2} + l\sin\theta\, mg = 0$$

ie $\ddot{\theta} + \dfrac{l^3m^2g}{3}\sin\theta = 0$

Dans l'approximation des petits angles, car $\theta \ll 1$,

$$\ddot{\theta} + \frac{l^3m^2g}{3}\theta = 0$$

On obtient une pulsation propre de

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{l^3m^2g}{3}}$$

donc $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{3}{l^3m^2g}}$

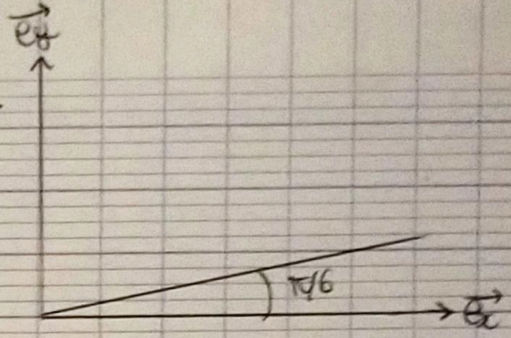
13:35

9 D'après la loi de Lenz, la force de Laplace s'oppose aux causes du mouvement.

?

13.40

31 Notons $\vec{E_1}(M,t) = E_{1x}\vec{e_x} + E_{1y}\vec{e_y}$.



· L'angle avec l'axe $\vec{e_x}$ est de 30°,

donc $\tan 30° = \dfrac{E_{1y}}{E_{1x}} = \tan\dfrac{\pi}{6}$

donc $E_{1y} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} E_{1x}$ ~~et~~ donc $E_{1x} = \sqrt{3}E_{1y}$.

donc $\vec{E_1}(M,t) = E_0 \dfrac{\sqrt{3}\vec{e_x} + \vec{e_y}}{2}\cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right)$

et $\vec{E_1}(M,t) = E_0 \dfrac{\sqrt{3}\vec{e_x} + \vec{e_y}}{2} e^{-j(\omega t - kz)}$ 0,75

d'où les réponses A ~~et E~~ sont correctes.

32 L'onde étant plane et progressive, la relation de structure est applicable:

$\vec{B_1} = \dfrac{\vec{e_z}\times\vec{E_1}}{c} = \dfrac{\vec{k}\times\vec{E_1}}{\omega}$, donc ~~les~~ réponses ~~est~~ sont C, et B en passant en partie réelle. 1

33 $\vec{B_1} = \dfrac{\vec{k}\times\vec{E_1}}{\omega} = \dfrac{\vec{e_z}\times\vec{E_1}}{c}$

$= \dfrac{E_0}{2c} e^{-j(\omega t - kz)}\left[\vec{e_z}\times\sqrt{3}\vec{e_x} + \vec{e_z}\times\vec{e_y}\right]$

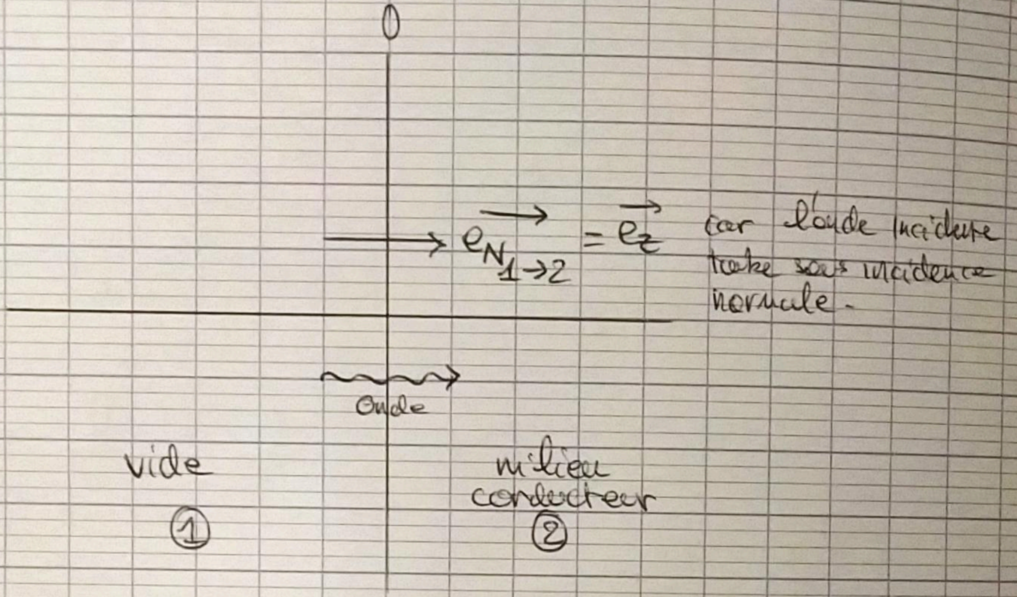
$= \dfrac{E_0}{2c} e^{-j(\omega t - kz)}\left[\cancel{\sqrt{3}}\vec{e_y} - \sqrt{3}\vec{e_x}\right]$

et donc $\vec{B_1} = \dfrac{E_0}{2c}\cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right)\left[\vec{e_y} - \sqrt{3}\vec{e_x}\right]$

doc? 0,5

14:05

34



Notons $\overrightarrow{E_i}$ et $\overrightarrow{E_r}$ les ondes incidentes ($\overrightarrow{E_i}$) et réfléchies ($\overrightarrow{E_r}$) ; telles que $\vec{E} = \overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{E_r}$.

Posons $\begin{cases} \overrightarrow{E_i} = e^{j(kz-\omega t)}\left[E_{0x}\overrightarrow{e_x} + E_{0y}\overrightarrow{e_y}\right] \\ \overrightarrow{E_r} = e^{j(k'z-\omega t)}\left[E_{0x}\overrightarrow{e_x} + E_{0y}\overrightarrow{e_y}\right] \end{cases}$ car la polarisation est conservée.

avec $k' = -k$: l'onde réfléchie repart dans l'autre sens.

$$\left(\overrightarrow{E_2} - \overrightarrow{E_1}\right) \cdot \overrightarrow{e_{N_{1\to2}}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = 0 \quad \text{car } \overrightarrow{e_{N_{1\to2}}} \perp \overrightarrow{E_2} - \overrightarrow{E_1}.$$

~~Sur~~

~~En $z=0$, $\overrightarrow{E_2} = \overrightarrow{E_1}$ donc~~

Si $\gamma \to \infty$, $\vec{E} = \dfrac{\vec{j}}{\gamma} \to \vec{0}$ et donc $\overrightarrow{E_2} = 0$.

Le champ est donc totalement réfléchi, la réponse D

est correcte.

14:30

1

35 Champ électrique

Maxwell-Gauss :

$$\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

donc

$$\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\partial E_x}{\partial x} dz + \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\partial E_y}{\partial y} dz + \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\partial E_z}{\partial z} dz = \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\rho}{\varepsilon_0} dz = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \rho\, dz$$

Quand $\varepsilon \to 0$, on obtient

$$E_z(0^+) - E_z(0^-) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \neq 0 \quad \text{avec} \quad \sigma = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \rho\, dz$$

Il y a donc discontinuité de la composante normale de $\vec{E}$, la réponse A est ~~juste~~ fausse.

Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

donc

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{cases}$$

En intégrant selon dz entre $-\varepsilon$ et $+\varepsilon$, et en faisant tendre ε vers 0 :

$$\begin{cases} E_y(0^-) - E_y(0^+) = 0 \\ E_x(0^+) - E_x(0^-) = 0 \end{cases}$$

1,5

Il y a donc continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$, la réponse B est fausse.

$\boxed{35}$ suite

Champ magnétique

Maxwell-Thomson : $\quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$

donc $\quad \displaystyle\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\partial B_x}{\partial x} dz + \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\partial B_y}{\partial y} dz + \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\partial B_z}{\partial z} dz = 0$

$$\xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} B_z(0^+) - B_z(0^-)$$

donc $\vec{B}$ est continu pour sa composante normale, et la réponse C est juste.

Maxwell-Ampère : $\quad \overrightarrow{\operatorname{rot} B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1)$

On note $\vec{j_S} = \lim\limits_{\varepsilon \to 0} \displaystyle\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \vec{j}$.

~~En inté~~ $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \displaystyle\int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} (1)\, dz$ donne :

$$\begin{cases} B_y(0^-) - B_y(0^+) = \mu_0 j_{S_x} \\ \\ B_x(0^+) - B_x(0^-) = \mu_0 j_{S_y} \end{cases}$$

d'où $\vec{B}$ est discontinu sur sa composante tangentielle, donc la réponse D est juste.

14:40

$\boxed{36}$ Le milieu conducteur est neutre, donc $\rho = 0$ et

$$(\vec{E_2} - \vec{E_1}) \cdot \vec{e_{O_z}} = 0$$

On a donc continuité de ~~la~~ la composante normale de $\vec{E}$, et sa composante tangentielle est toujours continue, donc $\vec{E_2} = \vec{E_1}$

De même, $$\vec{J_S} = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \vec{j}\, dz$$
$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \rho \vec{v}\, dz$$
$$= \vec{0},$$

Donc $\vec{B_1} = \vec{B_2}$.

et ?

Ainsi $\vec{B_2}(M,t) = \frac{E_0}{2c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right)[\vec{e_y} - \sqrt{3}\vec{e_x}]$

14:50

et $\underline{\vec{B_2}}(M,t) = \frac{E_0}{2c} e^{-j(\omega t - kz)}[\vec{e_y} - \sqrt{3}\vec{e_x}]$

1

37 Maxwell-Faraday donne :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$

donc $\cancel{\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{div}\,\vec{E}} - \Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{\mathrm{rot}\,B}$ car les variables de temps et d'espace sont interchangeables.

d'après Maxwell-Gauss, car $\rho = 0$ (et donc $\vec{j} = \rho\vec{v} = \vec{0}$)
et d'après Maxwell-Ampère :

$$-\Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\cancel{\mu_0\vec{j}} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

d'où $\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$. (EDA)

En injectant $\vec{E}$, qui est plane, donc $\Delta\vec{E} = \frac{\partial^2\vec{E}}{\partial z^2}$, dans (EDA) :

$$-K^2\vec{E} - \frac{-1}{c^2}\omega^2\vec{E} = \vec{0}$$

Or $\vec{E} \neq \vec{0}$, donc

- $K^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ et la réponse est A

15:00 38 Pour un bon conducteur, $\rho \neq 0$ et donc $\vec{j} \neq \vec{0}$.
L'équation de propagation ~~donne~~ devient :

$$-\Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

donc $-K^2\vec{E} = +j\omega\mu_0\vec{j} - \frac{\omega^2}{c^2}\vec{E}$

car $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ dans ce conducteur, donc

$$-K^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = -j\omega\mu_0\gamma$$

ie $K^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - j\omega\mu_0\gamma$

$\cancel{* \; K^2 < 0,}$ $\quad \vec{E} = E_0 \dfrac{\vec{e_x} + \sqrt{3}\vec{e_y}}{2} e$?

$\cancel{K z_i e}$

$\cancel{K_1 \quad \dfrac{\omega^2}{c^2}}$

15;10

39 Par définition, $v_\varphi = \cancel{\frac{\omega}{k}} \frac{\omega}{K}$

Or dans ce milieu, $\mathrm{Re}K = \frac{\omega}{c}$; donc

$$v_\varphi = \cancel{\frac{\omega}{k}} = \frac{\omega}{K} = \frac{\omega}{\frac{\omega}{c}} = c,$$

donc la réponse A est vraie.

~~En différentiant la relation de propagation, on obtient~~

$$\cancel{2K\,dK = \frac{2\omega\,d\omega}{c^2}}$$

Par définition, $v_g = \frac{d\omega}{dK}$, donc la réponse B est vraie, sauf si K est complexe : dans ce cas,

$v_g = \frac{d\omega}{d\mathrm{Re}K}$.

0,5

40 Dans le milieu du ~~conducteur neutre~~ bon conducteur, en différentiant la relation de dispersion, on obtient

$$\cancel{2K\,dK = \frac{2\omega\,d\omega}{c^2} - j\mu_0\gamma\,d\omega}$$

$$\cancel{\text{i.e.}\quad dK = \left(\frac{\omega}{Kc^2} - j\frac{\mu_0\gamma}{2K}\right)d\omega}$$

$$\cancel{\text{donc}\quad v_g = \frac{d\omega}{dK} =}$$

Re Soit

15:25

Partie Centrale.

Partie I

A – Phénomène de dissipation.

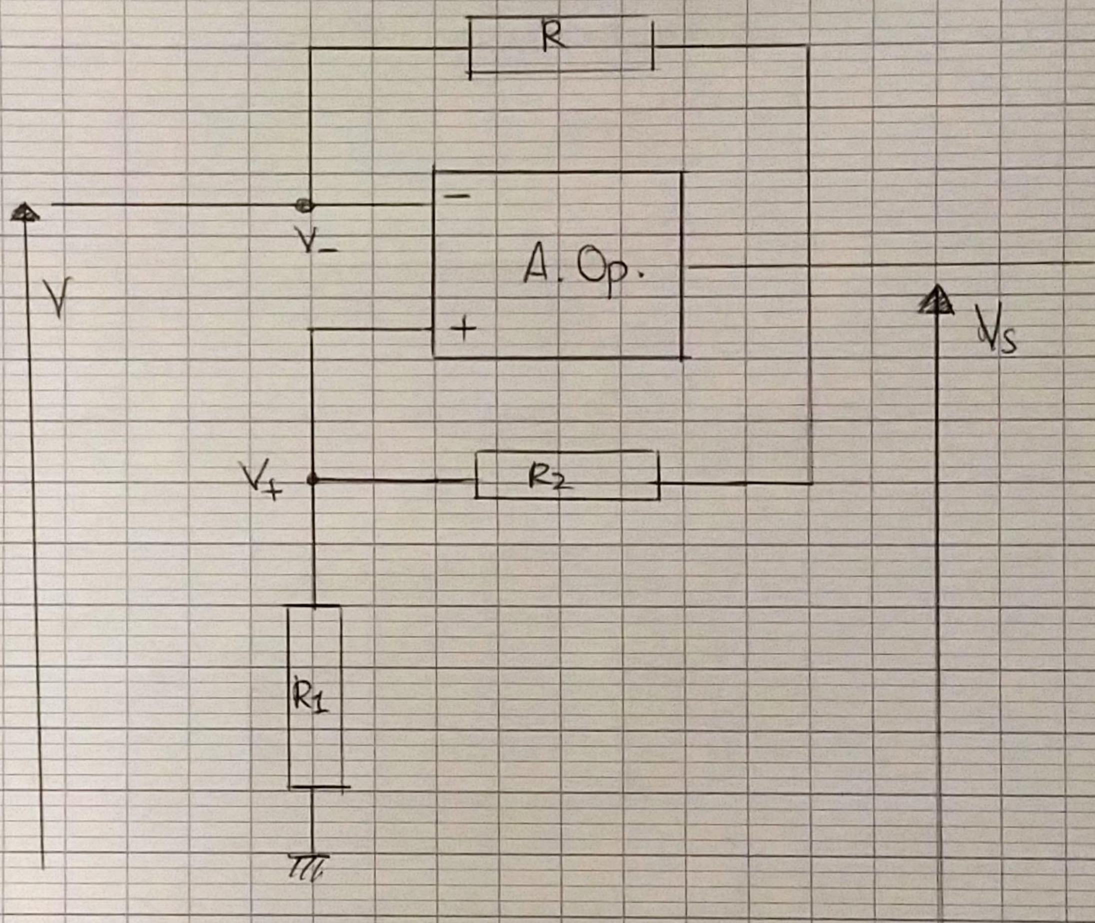
1 Le courant traversant les fils ~~provoque~~ implique un mouvement des électrons : les charges sont accélérées, il y a donc rayonnement d'un champ électromagnétique, ce qui engendre ~~de~~ une perte d'énergie par rayonnement thermique, ce que l'on appelle l'effet Joule.

0,5

2.

B – Simulation d'une résistance négative

1



D'après Millmann, appliqué au point V_- :

$$V_- = \frac{\frac{V_s}{R}}{\frac{1}{R}}$$

Et au point V_+ :

$$V_+ = \frac{\frac{0}{R_1} + \frac{V_s}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Or, comme l'A.Op. est parfait, on a

$V_- = V_+$ donc $V_s = \dfrac{V_s}{\frac{R_2}{R_1} + 1}$?

C – Étude de l'oscillateur

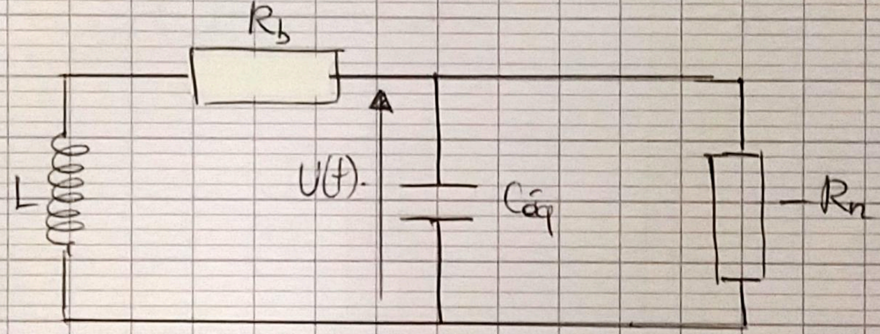
1 Les deux condensateurs étant branchés en parallèle, et aucun dipôle n'étant présent entre eux, on a

~~Céq =~~

$$\underline{C_{éq} = C_b + C_s}$$

9 5

2 le schéma électrique devient



Une première loi des mailles dans la maille gauche donne

$$C_{éq}\frac{dU}{dt} - R_b I - L\frac{dI}{dt} = 0 \qquad (1)$$

Une deuxième dans la maille droite donne

$$C_{éq}\frac{dU}{dt} + R_n = 0 \qquad (2)$$

Finalement, sur la grande maille, on obtient

$$L\frac{dI}{dt} - R_b I + R_n = 0 \qquad (3)$$

16:00

3

Pour des solutions sinusoïdales, le polynôme caractéristique $aX^2+bX+1-c$ doit avoir un discriminant strictement négatif :

$$b^2 - 4a(1-c) < 0 \iff b^2 < 4a(1-c)$$

$$\iff b < \pm\sqrt{4a(1-c)} \quad \text{si } 4a(1-c) \geqslant 0$$

16:05

Partie II

Sous-partie A

1 a ___système___ {porteur de charge}

___référentiel___ laboratoire, supposé Galiléen

___forces___ • $\vec{P} = m\vec{g}$ (poids, négligé)

• $\vec{F} = -h\vec{v}$ (frottements)

• $\vec{F_L} = q\vec{E_0}$ (force de Lorentz)

PFD:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \cancel{m\vec{g}} - h\vec{v} + q\vec{E_0}$$

ie $$\underline{\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{h}{m}\vec{v} = \cancel{\vec{g}} + \frac{q}{m}\vec{E_0}} \qquad (*)$$

9/5

b ~~Les solutions de (*) sont de la forme~~

~~$\vec{v} = \vec{K}e^{-t/\tau_1}$ avec $\underline{\tau_1 = \frac{m}{h}}$.~~

~~τ_1 est bien homogène à un temps:~~

~~$[\vec{F}] = [-h\vec{v}] = MLT^{-2}$~~

~~et $[\vec{v}] = LT^{-1}$ donc $[h] = MT^{-1}$,~~

~~Ainsi $[\tau_1] = M\cdot(MT^{-1})^{-1} = T$.~~

~~En t=0~~

La loi d'Ohm est $\vec{j} = \gamma_0\vec{E_0}$

0,5

Or $\vec{j} = qn\vec{v}$

$\gamma = ?$

donc $\vec{j} = \gamma\vec{E_0} \Leftrightarrow \vec{E_0} = \frac{qn}{\gamma_0}\vec{v}$

(*) devient $\frac{d\vec{v}}{dt} + \left(\frac{h}{m} - \frac{q^2n}{m\gamma_0}\right)\vec{v} = 0$ si la loi d'Ohm est vérifiée. Les solutions sont de la forme $\vec{K}e^{-t/\tau_1}$, avec $\tau_1 = \dfrac{1}{\dfrac{k}{m} - \dfrac{q^2 n}{m\gamma_0}}$

$$= \frac{m}{k - \dfrac{q^2 n}{\gamma_0}}$$

$$\cancel{\tau_1 = \frac{\frac{m}{n}}{1 - q^2/\gamma} = \frac{m}{n(1 - q^2/\gamma)}}$$

$$\tau_1 = \frac{m\gamma_0}{k\gamma_0 - q^2 n}$$

16:35

2a

3 $\quad \vec{j_D} = \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Comparons leurs normes :

$$\frac{\|\vec{j_D}\|}{\|\vec{j}\|} = \frac{\varepsilon_0 \|-i\omega \vec{E}\|}{\|\vec{j}\|} = \frac{\varepsilon_0 \|-i\omega \vec{E}\|}{\|\gamma \vec{E}\|} = \frac{\varepsilon_0 \omega}{\gamma} = \frac{\varepsilon_0 \omega}{\gamma_0} \quad \text{car } \omega < 100\,\text{GHz}$$

$$\cancel{= \frac{\omega}{\gamma_0}}$$

Or $\gamma_0 \approx 10^7\ S\cdot m^{-1}$

~~donc~~ $\cancel{\dfrac{\varepsilon_0 \omega}{\gamma_0} < \dfrac{100\cdot 10^9 \cdot 2\pi}{10^7} \quad \dfrac{100\cdot 10^9 \cdot 2\pi}{10^7 \cdot (10^8\cdot 3)^2} \ll 1}$;

donc $\dfrac{\varepsilon_0 \omega}{\gamma_0} < \dfrac{2\pi \cdot 100 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-12}}{10^7} \ll 1$

1

donc $\vec{j_D}$ est négligeable devant $\vec{j}$.

16:45

Sous-partie B

1 a $\vec{E}(z,t) \parallel \vec{e_x}$ donc $\vec{E}$ est polarisé selon $\vec{e_x}$ 0,5

b L'onde se propage (sur les z croissants) selon le vecteur d'onde $\vec{k} = k\,\vec{e_z}$, donc l'onde se propage selon $\vec{e_z}$ 0,8

2 a+b D'après Maxwell-Faraday :

$$\vec{rot}\,\vec{rot}\,\vec{E} = \vec{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$

donc $\cancel{\vec{grad}\,div\,\vec{E}} - \Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{rot}\,\vec{B}$ (*) car les variables d'espace et de temps sont ~~interch~~ indépendantes.

car $\vec{grad}\left(\frac{\rho}{\varepsilon_0}\right) = 0$ par Maxwell-Gauss

$$-\Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0\vec{j})$$

d'après Maxwell-Ampère, en négligeant $\vec{j_D}$, car $\omega < 100$ GHz

donc $k^2\vec{E} = i\omega\mu_0\gamma_0\vec{E}$ et donc $\vec{j} = \gamma_0\vec{E}$.

~~2c~~ b donc $k^2 = i\omega\mu_0\gamma_0$ 0,8 + 1

(*) donne aussi, sans négliger $\vec{j_D}$,

$$\Delta\vec{E} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

ie $\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\mu_0\vec{j})$

ou encore $\square^2\vec{E} = -i\omega\mu_0\gamma_0\vec{E}$. ?

Une équation de cette forme est appelée « équation de d'Alembert. ».

17:00

3

3 b δ s'appelle ~~la largeur de peau~~ l'épaisseur de peau

?