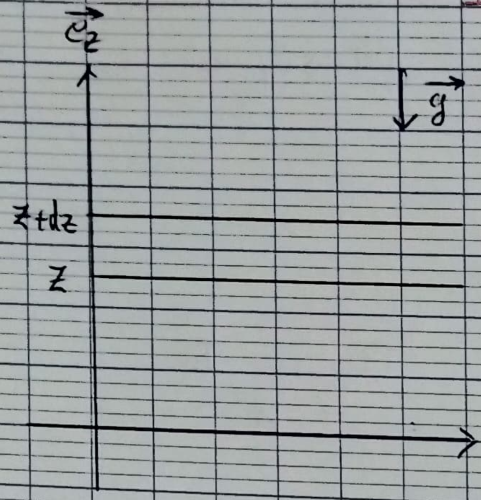
$6,75 + 10,25 = \frac{17}{69}$

I – B

3



Considérons une tranche d'atmosphère d'épaisseur dz :

Les forces en présence sont
— le poids $\vec{P}$
— les forces pressantes, de résultante $\vec{F_p}$.

Le gaz est supposé parfait, on a donc

$$PV = nRT$$

i.e. $\rho = \frac{nRT}{mP} = \frac{RT}{M_a P}$

0

Cherchons l'expression de P(z).
À l'équilibre, le principe fondamental de la dynamique donne:

$$\vec{P} + \vec{F_p} = \vec{0}$$

I-C

5

$$\cancel{\vec{E} = E(x,t)\, e^{i(kx-\omega t)}\, \vec{e_y}}$$

$$\vec{E} = E(x,t) \cos(kx - \omega t)\, \vec{e_y}$$

où $k = \frac{\omega}{c}$; donc

$$\vec{E} = E(x,t) \cos\left(\omega\left(\frac{x}{c} - t\right)\right) \vec{e_y}$$

L'onde est plane progressive monochromatique, la relation de structure s'applique :

$$\vec{B} = \frac{\vec{e_x} \wedge \vec{E}}{c}$$

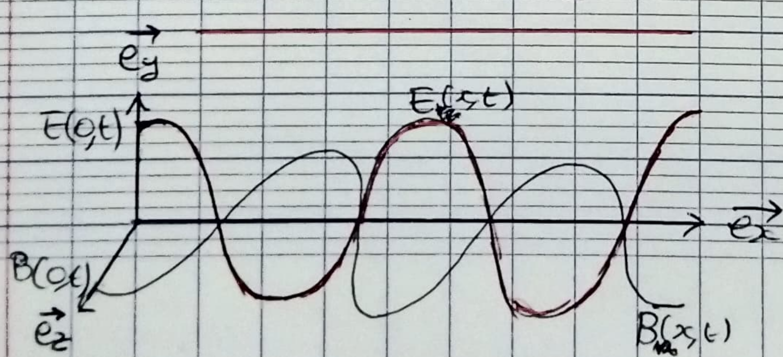
$$= \frac{E(x,t)}{c} \cos\left(\omega\left(\frac{x}{c} - t\right)\right) \vec{e_z}$$

$$= B(x,t) \cos\left(\omega\left(\frac{x}{c} - t\right)\right) \vec{e_z}$$

6

On en déduit l'expression de l'amplitude de $\vec{B}$:

$$B_m(x,t) = \frac{E_m(x,t)}{c}$$



~~5 (suite)~~ 6

Par définition,

$$\vec{R}(x,t) = \frac{\vec{E}(x,t) \wedge \vec{B}(x,t)}{\mu_0}$$

$$= \frac{E_m^2(x,t)}{\mu_0 c}\cos^2\left(\omega\left(\frac{x}{c}-t\right)\right)\vec{e_z}$$ 9S

L'intensité I_0 est la moyenne temporelle de $\|\vec{R}(x,t)\|$:

$$I_0 = \langle \|\vec{R}(x,t)\| \rangle$$

$$= E_m^2$$

I - D

7

8 Sur la tranche dx, il y a
une perte par diffusion ; et par absorption

$$\cancel{I(x+dx) = k_a \left(\frac{\omega(x+dx)}{\omega_0}\right)^4 \cdot k_p \, I(x)}$$

cette perte vaut $I(x+dx) - I(x)$;
et vaut également

$$\int_x^{x+dx} k_a \left(\frac{\omega(\xi)}{\omega_0}\right)^4 \cdot k_p \, d\xi$$

?

Partie II

II – A

16

Par lecture graphique :

- $f_1 \approx 1{,}5$ kHz

0,5

- ~~$a_2 \approx -30$ dB~~

Or, sur le graphique, 0 dB ~~= 100 mV~~

et donc $\underset{(\text{en dB})}{a_2} = \log_{10} \dfrac{a_2 \text{ (en mV)}}{100}$

~~c'est à dire a_2 (en mV) =~~

donc $10^{a_2 \text{ (en dB)}} = \dfrac{a_2 \text{ (en mV)}}{100}$

17 La condition de Nyquist – Shannon s'énonce

$$f_e > 2 f_{max}.$$

Or ici $f_{max} = f_2$ (deuxième pic)

$= 1,5$ kHz   non !

La plus petite fréquence d'échantillonnage est donc $2 \cdot 1,5$ kH $= \cancel{3 \text{ kHz}}$.

~~Pour cela~~ $\delta f = 100$ Hz

$\Leftrightarrow \underline{T_a} = \frac{1}{100} = \underline{10^{-2}}$ s   9/8

18 δf est définie comme l'inverse de T_a,

donc $\underline{\delta f \text{ dépend de } T_a}$.   9/5

- verticalement : il y a un pixel par δf (d'où le nom de résolution spectrale) et δf les fréquences vont de 0 à f_M, il faut donc $\left\lceil \frac{f_M}{\delta f} \right\rceil$ pixels, verticalement

- horizontalement : il y a un pixel par T_a et les dates vont de 0 à τ, il faut donc $\left\lceil \frac{\tau}{T_a} \right\rceil$ pixels, horizontalement.

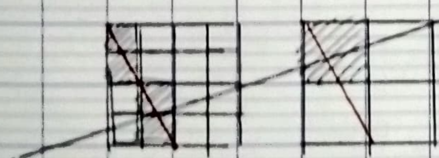
- Au total : il faut $\left\lceil \frac{f_M}{\delta f} \right\rceil \times \left\lceil \frac{\tau}{T_a} \right\rceil$ pixels.

(les parties entières sont prises par excès pour éviter une perte d'information)

1,5

Application numérique : 1 750 pixels.

19 Pour pouvoir suivre l'évolution, il faut avoir assez de pixels pour suivre la pente :



Il faut respecter le critère de Shannon à chaque instant, ce qui revient à le respecter quand la fréquence est la plus élevée.

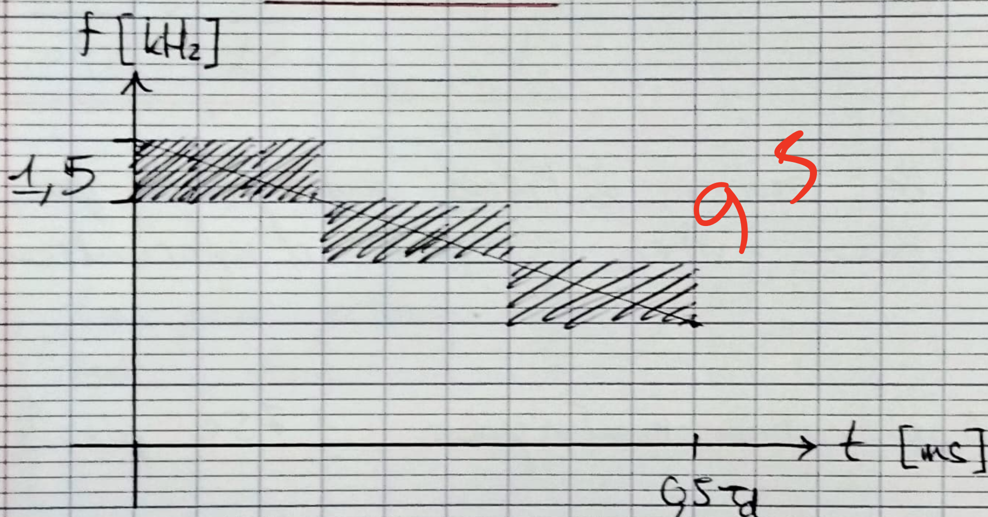
Cette valeur est obtenue, par stricte décroissance de f_1 ; pour $t = 0$: on doit avoir

$$f_e > 2 f_1 \frac{1}{\tau_d}$$

$$\text{ie} \quad \frac{f_e}{2 f_1} > \frac{1}{\tau_d}$$

$$\text{ie} \quad \tau_d > \frac{2 f_1}{f_e} .$$

pas homogène !



9 5

$$f_1'(0{,}5\tau_d) = f_1 \frac{1 - 0{,}5\tau_d}{\tau_d}$$

$$= \frac{f_1}{\tau_d} - 0{,}5 f_1$$

Or ce $0{,}5\,\tau_d > \frac{f_1}{f_e}$

2° Par lecture graphique :

- $\tau_q \approx 210 - 60$ ms

$\Rightarrow$ $\underline{\tau_q \approx 150 \text{ ms}}$

- $\underline{f_{q,1} \approx 0,5 \text{ kHz}}$

$\underline{f_{q,2} \approx 2 f_{q,1} \approx 1 \text{ kHz}}$

~~$f_{q,3} \approx 1,25$ kHz~~

$\underline{f_{q,3} \approx 3 f_{q,1} \approx 1,5 \text{ kHz}}$

$\underline{f_{q,4} \approx 2,25 \text{ kHz}}$.

1,5

Première partie

Q1 Un thermostat possède une température fixe même en présence d'échanges thermiques. ~~Il conserve cette température.~~ 0,5

Q2 L'océan est souvent considéré comme un thermostat, les quelconques échanges thermiques effectués ~~étant négligé~~ ayant un effet négligeable sur sa température en vue de son volume. 0,5

Q3 On a $dU = m C_m dT$

donc $C_m = \frac{1}{m} \frac{dU}{dT}$

Un thermostat est en théorie capable d'absorber n'importe quelle variation de température il devrait donc avoir $C_m \to \infty$. 0,5

Q4

Dans un intérieur homogène, la loi de Fourier s'énonce:

0,5

$$\vec{j}_{th}^{cd} = \lambda \, \overrightarrow{grad} \, T$$

où $\vec{j}_{th}$ est le vecteur densité de courant ~~d'énergie~~ thermique de conduction.

Q5a Considérons pour système une tranche $[x, x+dx]$ de la barre.

$\overrightarrow{j_{cd}}(x)$ $\overrightarrow{j_{cd}}(x+dx)$

le premier principe en système fermé donne :

$$dU = \delta Q + \cancel{W}$$

donc $$\frac{dU}{dt} = \frac{\delta Q}{dt} = \delta P_{th}.$$

or $$\frac{dU}{dt} = m C_m \frac{dT}{dt}$$

?

or le métal suit la loi de Fourier donc

$$\frac{\partial j_{th}^{cd}}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

d'où $$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$ avec $D =$

Q5b

Q6 On a

$$\frac{[K]}{[s]} = [D] \cdot \frac{[K]}{[m]^2}$$

d'où $[D] = \frac{[m]^2}{[s]}$

(on a D en $m^2 s^{-1}$).

9/5

Q7a Un temps caractéristique est homogène à une durée, donc on a

$$[s] = \frac{[m]^a}{[m]^{2b} [s]^{-b}} \quad \cancel{[s]}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ -b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Q7b

le temps ~~requis~~ caractéristique la diffusion est proportionnel à D et inversement proportionnel au carré de l'extension spatiale (ce que l'on retrouve dans l'équation de la chaleur)

?

Q7c

Q8 En régime stationnaire, l'équation de la chaleur devient

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

i.e. $$\frac{\partial T}{\partial x} = const_1$$

ie $$T = const_1 x + const_2 .$$

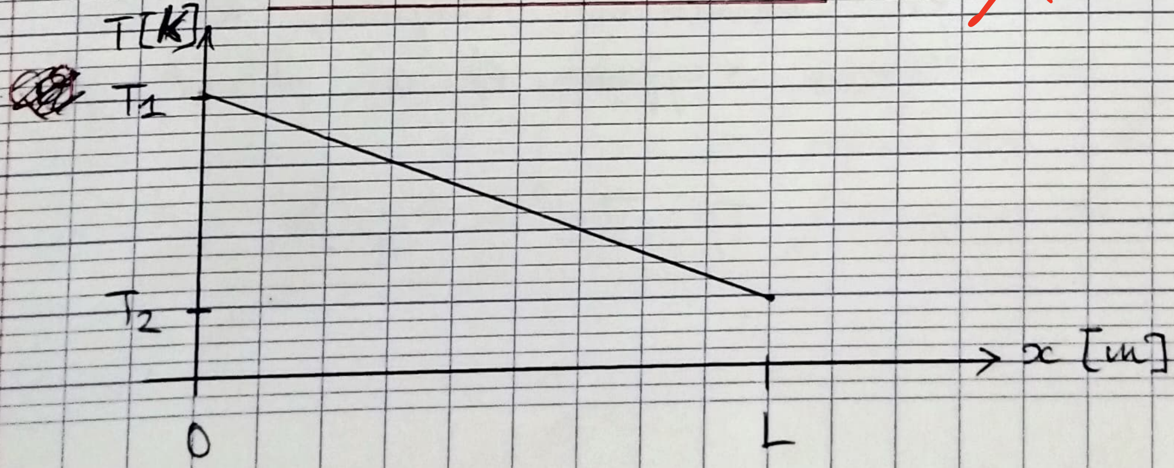
Les conditions aux limites donnent :

- $T(x=0) = T_1 = const_2$
- $T(x=L) = T_2 = \cancel{T_1 \cdot L + cost}\ const_1 L + T_1$

d'où $$const_1 = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

Ainsi $$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$$

1



Q9a

On a $\Phi = \iint \vec{j_{th}} \cdot \vec{dS}$ un flux de densité de courant : un courant (on intègre une densité sur sa surface)

et $T_2 - T_1$ une différence de potentiel thermique.

En électricité, la loi d'Ohm s'énonce

$$\underbrace{I}_{\text{courant}} = \frac{1}{R} \underbrace{(V_2 - V_1)}_{\text{tension}}$$

Par analogie, on pose R_{th} telle que

$$\Phi = \frac{1}{R_{th}} (T_2 - T_1)$$

d'où $T_2 - T_1 = R_{th} \Phi$; en convention générateur.

En convention récepteur, le sens des tensions s'oppose et on obtient donc :

$$T_1 - T_2 = R_{th} \Phi.$$

~~Q10~~ Q9b

On a $\vec{j}_{th}^{cd} = \lambda \, \overrightarrow{grad}\, T$

en intégrant sur une surface d'aire A :

$$\Phi = \lambda \oiint \overrightarrow{grad}\, T \cdot \overrightarrow{dS}$$

$$= \lambda \int_{T=0}^{T=L} T(x) dx$$ d'après la formule de Stokes

$$= \lambda \left[\frac{T_2 - T_1}{L} x^2 + T_1 x\right]_0^L$$

$$= \lambda \left((T_2 - T_1) L + T_1 L\right) = \lambda L T_2$$

~~$\Phi = \frac{L}{\lambda A}(T_1 - T_2)$~~ $\Phi = \frac{\lambda A}{L}(T_1 - T_2)$

~~donc~~ $R_{th} = \frac{L}{\lambda A}$

Q9c

Pour le document 2, on remarque que R_{th} est bien proportionnel à l'épaisseur L pour un même matériau (et pour une même aire égale à une unité de surface)

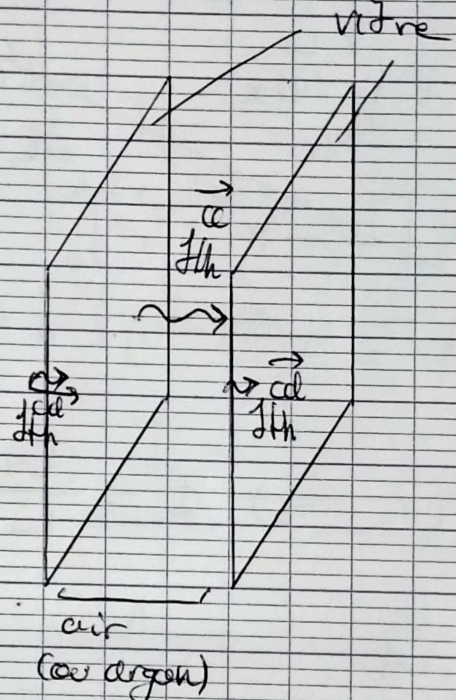
La conductance thermique G_{th} a pour unité et représente la faculté d'un matériau à propager la chaleur

?

0

Q10

Q11



L'air possède une très faible conductance thermique (0,03 contre 1,0 pour une vitre)[1] et limite donc les pertes conductives, tandis que le verre limite les pertes par convection : les molécules d'air passent difficilement à travers le verre.

[1] D'après le document 3.

à prouver !

9 5

Q17c

En parallèle, les conductances s'ajoutent :

9 5

$$G_{th\ total} = 4 \cdot G_{th\ fenêtre}$$

	conductance	~~flx~~ courant Φ
Simple vitrage	60	600
Double vitrage	30	300

Q17d

Q12 a+b

- $\Phi = G_{th} \Delta T$ Coût $= 0{,}15\, E$
- $E = \Phi \Delta t$

(le reste de l'année, $\Delta T = 0 \Rightarrow \Phi = 0 \Rightarrow E = 0$)

	Φ [W]	E [kWh] sur l'année	Coût [€]
Simple vitrage	60	$2{,}4 \cdot 10^{2}$ $= 240$	36
Double vitrage	30	$1{,}2 \cdot 10^2$ $= 120$	18

1,5

Q13 a+b

- $\Phi = G_{th} \Delta T$
- $E = \Phi \Delta t$
- Coût $= 0{,}15\, E$

- En série, les résistances thermiques s'ajoutent donc
$$\frac{1}{G_{th\,\text{mur isolé}}} = \frac{1}{G_{th\,\text{mur}}} + \frac{1}{G_{th\,\text{polystyrène}}}$$

$1\,m^2$ de...	Φ [W]	E [kWh] sur l'année	Coût [€]
mur	20	80	12
mur isolé	~~40~~ 4	16	2,4

1

on a $G_{th\,\text{mur isolé}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{G_{th\,\text{mur}}} + \dfrac{1}{G_{th\,\text{polystyrène}}}}$

Q13c

$$\text{économie} = \text{coût}_{\text{mur}} - \text{coût}_{\text{mur isolé}}$$

$$= 0{,}15\,(E_{\text{mur}} - E_{\text{isolé}})$$

$$= 0{,}15 \cdot \Delta t \cdot \Delta T \cdot (G_{th\,\text{mur}} - G_{th\,\text{mur isolé}})$$

$$= 9{,}6\ €$$

On a grand intérêt à isoler les murs de l'extérieur, cela fait économiser 9,6 € pour chaque mètre carré de mur.

Q14a

- ~~On maximise le gain de chaleur au Sud les vitres étant moins isolantes~~
- On minimise les pertes de chaleur au Nord
- On utilise le rayonnement solaire au Sud pour
  - réchauffer les habitants
  - ~~maximiser~~ minimiser le rejet de CO_2 en favorisant la photosynthèse des plantes.

bof.

Q14b

~~D'après le document 3, le bois ou le métal sont moins isolants~~

Le métal est un bon conducteur thermique (donc un mauvais isolant)

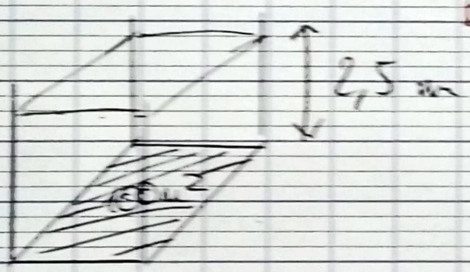
Le bois est au contraire un bon isolant.

Le rayonnement solaire ne réchauffe pas l'atmosphère devant les vitres, donc il vaut mieux utiliser du bois, même au Sud.

Deuxième partie

Q15

0,5



Le volume d'air sec est de $\underline{250\ m^3}$. 0,5

Sa masse est donc de $V_{air} \cdot M_{air} = \underline{300\ kg}$

~~$= V_{air} \cdot (0{,}21 \cdot M(O_2) + 0{,}1\ M(Ar) + 0$~~

Q16a

$C = C_{p_{air}} \cdot m_{air} = \underline{300\ kJ \cdot K^{-1}}$ 0,5

Q16b

~~$Q = \frac{\partial T}{\partial t} = D$~~

~~$Q = \Phi = G_{th} \Delta T$, or $G_{th} =$~~

On a $\frac{dU}{dt} = S P_{th} \Rightarrow = S\Phi$

et $dU = mC\,dT$

donc en intégrant entre 10°C et 20°C :

$$\Phi = mC\Delta T$$

d'où

Q17 a

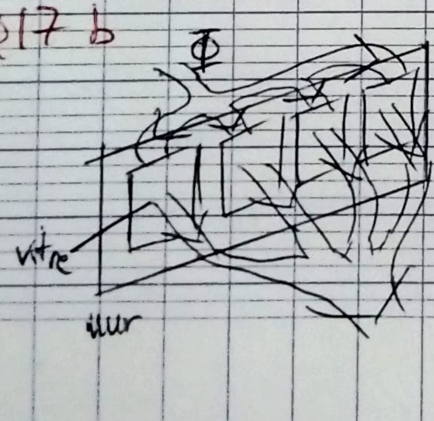
$G_{th} = \frac{1}{R_{th}} = \frac{\lambda A}{L}$ G_{th} est proportionnel à la surface, donc :

- Simple vitrage : $G_{th} = 2,5 \cdot 6 = \underline{15}$
- Double vitrage : $G_{th} = 2,5 \cdot 3 = \underline{7,5}$

unités !

0,25

Q17 b



Les fenêtres étants ~~côte à côte~~ juxtaposées, le flux ne les traversent pas successivement : elle ne sont pas en série mais en parallèle.

0,5