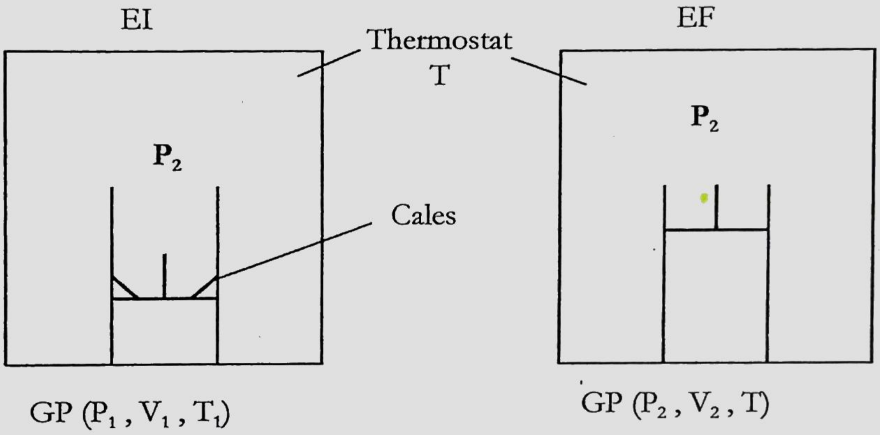
EX! 2E PRINC

Thermodynamique

TD 3 Le 2nd principe

Exercice 1

Le cylindre contient n moles de gaz parfait, de capacité molaire à volume constant C_{vm} constante.



Les parois du piston sont diathermanes. Dans le thermostat, la température est T, la pression P_2. On enlève les cales, le piston oscille puis s'arrête. A l'équilibre (thermique et dynamique) le gaz parfait est dans l'état : (P_2, V_2, T).

MR

1) La transformation est-elle monotherme ou isotherme ?
2) Calculer le volume final V_2 en fonction de V_1, P_1, P_2.
3) Déterminer W et Q reçus par le gaz.
4) Calculer S_e et S_c (en fonction de n, R, P_1, P_2). Commenter le signe de S_c. (Si $P_1>P_2$ cas de la figure ou $P_2>P_1$).

Exercice 2

Un gaz parfait (EI : P_1,V_1,T_1) subit une détente dans le vide (= détente de Joule Gay-Lussac) jusqu'à un volume $V_2=V_1(1+x)$.

1) Déterminer la température T_2 du gaz lorsqu'il a atteint son nouvel état d'équilibre.
2) Exprimer la création d'entropie due la transformation en fonction de P_1, T_1, V_1 et x. (ou nR et x).
3) Que dire si $x \longrightarrow 0$.

Exercice 3

Deux solides, de même capacité thermique C, de température T_1 et T_2 sont mis en contact, l'ensemble étant thermiquement isolé.

1) Calculer la température finale T_f.
2) Calculer ΔS et S_c pour le système.
3) Supposons $T_2 \approx T_1$: $T_2=T_1\ (1+\varepsilon)$ $\varepsilon \ll 1$. Exprimer ΔS. Montrer alors que la transformation tend vers une transformation réversible.

EXP 2E PRINC

$\boxed{1/1}$

$P_1 > P_2$

transformation brutale $\Rightarrow$ non M.R

$\Rightarrow$ non iso

$\Rightarrow$ monotherme

$\boxed{1/2}$

$\boxed{1/3}$

$$W = \int -P_{ext}\, dV = -P_2 \int_{V_1}^{V_2} dV = -P_2 (V_2 - V_1)$$

$$Q = \cancel{\Delta U} - W = P_2 (V_2 - V_1)$$

car $C_{V_m} = \text{cst}$

$\boxed{1/4}$

car

$$\Delta S = \cancel{C_p \ln \frac{T}{T_1}} + nR \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$S_e = \frac{Q}{T} = \frac{P_2 (V_2 - V_1)}{T} = \frac{nRT}{T} - \frac{P_2 V_1}{T} = nR - \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{P_1 V_1}{T} = nR\left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right)$$

$$S_c = \Delta S - S_e$$
$$= -nR\ln\frac{P_2}{P_1} - nR + nR\frac{P_2}{P_1}$$
$$= nR\left(-\ln\frac{P_2}{P_1} - 1 + \frac{P_2}{P_1}\right)$$

$x := P_2/P_1$

$$S_c(x) = nR(x - 1 - \ln x)$$

$$u'(x) = 1 - \frac{1}{x} =$$

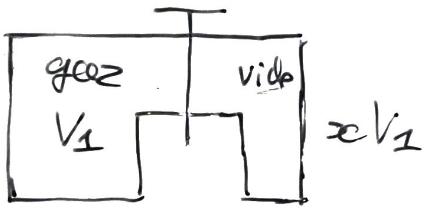
x	0		1		∞
u'		$-$	0	$+$	
u		$\searrow$	0	$\nearrow$	

$\forall x \neq 1,\ u \in \mathbb{R}_+^* \Rightarrow S_c \in \mathbb{R}_+^*$

$\Rightarrow$ la transformation est irréversible

$x = 1$ ie $P_1 = P_2 \Rightarrow$ inutile ! (il se passe rien).

$\boxed{2/1}$



Syst: {gaz + vide}

$\Delta U = W + Q = 0$ car $\begin{cases} V = \text{cst} \\ \text{calorifugées} \end{cases}$

$\Rightarrow T_i = T_f$ car GP.

$\boxed{2/2}$

$$\begin{cases} \Delta S = \cancel{C_v \ln \frac{T_2}{T_1}} + nR \ln \frac{V_2}{V_1} \\ \quad = nR \ln(1+x) \\ S_e = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_c = \Delta S - S_e = nR \ln(1+x) > 0$$

$\boxed{2/3}$

$x \to 0 \Rightarrow \longrightarrow$ réversibilité

(mais aussi $\longrightarrow$ non-transformation)

$\boxed{3/1}$ Syst : $\{ S_1 + S_2 \}$

$$\Delta U = W + Q = 0$$

$$\Delta U = C(T_f - T_1) + C(T_f - T_2)$$

$$\Leftrightarrow T_f = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$\boxed{3/2}$

$$\Delta S = \cancel{S_e} + S_c = C \ln \frac{T_f}{T_1} + C \ln \frac{T_f}{T_2}$$

$$\Delta S = \cancel{S_e} + S_c = C \ln \frac{T_f}{T_1} + C \ln \frac{T_f}{T_2}$$

$$= C \ln \frac{T_f^2}{T_1 T_2}$$

$$= C \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 (1 - \varepsilon)$$

$$S_c = C \ln \frac{(T_1 + T_1 (1 + \varepsilon))^2}{4 T_1^2 (1 + \varepsilon)}$$

$$= C \ln \frac{(2 + \varepsilon)^2}{4(1 + \varepsilon)}$$

$$\xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} C \ln \frac{4}{4} = 0$$

Exercice 4

Un récipient isolé et parois indéformables, de volume total $2V_0=20L$ est séparé en deux compartiments par une paroi escamotable. A l'état initial, chaque compartiment a un volume V_0 et une température $T_0=300$ K. L'un des compartiments contient de l'hélium sous une pression $P_1=10$atm, l'autre de l'argon sous $P_2=30$atm. Ces deux gaz sont assimilés à des gaz parfaits, de mêmes capacités thermiques molaires. A t=0 on supprime la paroi. Lorsque l'équilibre est atteint,

1) déterminer les paramètres l'équilibre final.
2) déterminer la variation d'entropie du système global.

Exercice 5

L'hélium est supposé parfait

Une mole d'hélium est enfermée dans un cylindre indéformable dont les parois sont perméables aux transferts thermiques, lui-même plongé dans un thermostat à $T_0=273$ K. Initialement le gaz est à la température $T_1=300$K On le laisse refroidir jusqu'à l'équilibre à température constante T_0.

1) Calculer les variations d'entropie du gaz, du thermostat, de l'Univers {gaz + thermostat}.
2) Partant de l'équilibre précédent, on réduit de moitié le volume de gaz, de manière isotherme et réversible. Calculer les ΔS (gaz, thermostat, Univers).

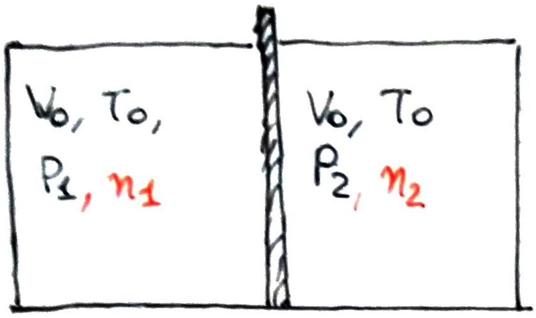
On donne $C_{Vm}=\dfrac{3R}{2}$ pour l'hélium.

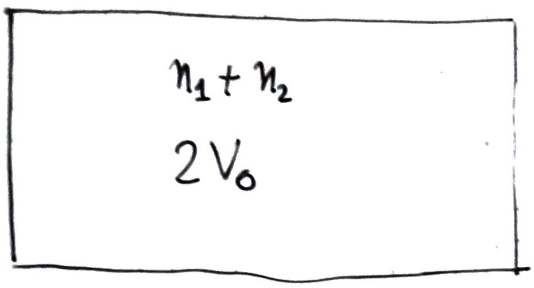
Exercice 6

On enferme une mole de gaz parfait avec $P_0=10^6$ Pa, $T_0=1000$K dans un cylindre adiabatique, fermé par un piston de masse négligeable. La détente est réalisée de façon irréversible en relâchant le piston sur lequel s'applique une pression $P_1=10^5$ Pa. Soit T_1 la température à l'équilibre final.

1) Exprimer T_1 en fonction de T_0, P_1, P_0 et γ. On prendra $\gamma=1,4$
2) Exprimer le travail fourni par le gaz et sa variation d'entropie.

4





4/1

EI $\begin{cases} P_1 V_0 = n_1 R T_0 \\ P_2 V_0 = n_2 R T_0 \end{cases}$ car GP

EF $P_f \, 2V_0 = (n_1 + n_2) R T_f$ car GP

1er principe

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \cancel{W} + \cancel{Q} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta U_1 = -\Delta U_2 \Leftrightarrow n_1 C_{Vm}(T_f - T_0) = -n_2 C_{Vm}(T_f - T_0)$$

$$\Leftrightarrow (n_1 + n_2)(C_{Vm}(T_f - T_0)) = 0$$

$$\Leftrightarrow T_f = T_0$$

d'où $P_f \, 2V_0 = (n_1 + n_2) R T_0 \Leftrightarrow P_f = \dfrac{(n_1 + n_2) R T_0}{2V_0} \underset{\text{car GP}}{=} \dfrac{P_1 + P_2}{2}$

4/2

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$= \cancel{n_1 C_{V_m} \ln \frac{T_0}{T_0}} + nR \ln \frac{V_f}{V_0} + \cancel{n_2 C_{V_m} \ln \frac{T_0}{T_0}} + n_2 R \ln \frac{V_f}{V_0}$$

$$= R\left(\ln \frac{V_f}{V_0} + \ln \frac{V_f}{V_0}\right)(n_1 + n_2)$$

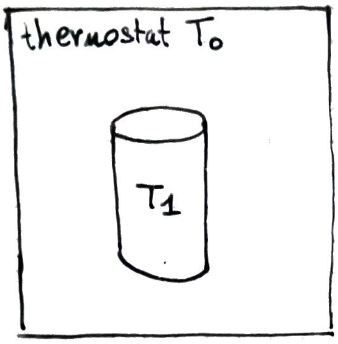
$$= (n_1 + n_2) R \ln 2$$

$$= \underbrace{\cancel{S_e}}_{\text{car adiab}} + S_c$$

$\Rightarrow S_c = (n_1 + n_2) R \ln 2 > 0$

$\Rightarrow$ irréversible.

5/1



$$\Delta S_{gaz} = \frac{3R}{2} \ln \frac{T_0}{T_1} \quad \text{car } n = 1 \text{ mol}$$

$$= -1,15 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Delta S_{thermost} = \frac{Q_{th}}{T_0} =$$

$$= \frac{-Q_{gaz}}{T_0}$$

$$= \frac{-\Delta U}{T_0} \quad \text{car isochore (donc } Q_v = \Delta U\text{)}$$

$$= -\frac{C_v(T_0 - T_1)}{T_0}$$

$$= +1,2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\Delta S_{Univers} = \Delta S_{thermost} + \Delta S_{gaz} = 0,05 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

rem

$$\Delta S_{gaz} = \Delta S_{univ} - \Delta S_{thermost}$$

$$= \underbrace{\Delta S_{univ}}_{S_c} + \underbrace{\frac{Q_{gaz}}{T_0}}_{S_e}$$

EXP SECPRINC

$\boxed{5/2}$

isoth & rev : $\Delta S_{univers} = 0 = S_c$

$$\Delta S_{gaz} = -\Delta S_{th}$$

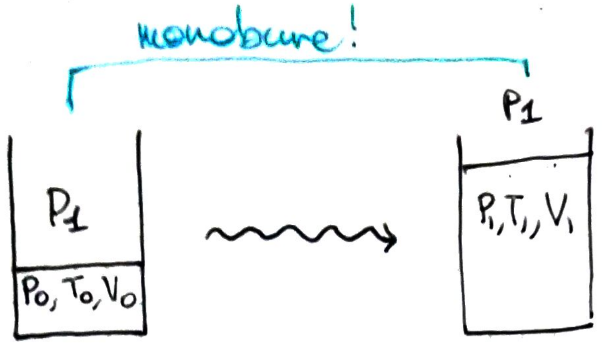
$$= \frac{Q_{gaz}}{T_0}$$

$$= C_v \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$= nR \ln \frac{1}{2}$$

$$= -nR \ln 2$$

6/1



$$\begin{cases} P_0 V_0 = \cancel{n} R T_0 \\ P_1 V_1 = \cancel{n} R T_1 \end{cases}$$

$$\Delta U = W + \cancel{Q} \qquad \text{car adiabatique}$$

$$= \int -P_{ext}\, dV$$

$$= \int -P_1\, dV \qquad \text{car monobare}$$

$$= -P_1 \int dV \qquad \text{car monobare}$$

$$= -P_1 (V_1 - V_0)$$

Or $\Delta U = \frac{\cancel{n} R}{\gamma - 1}(T_1 - T_0)$

d'où $\frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_0) = -P_1(V_1 - V_0)$

$$= -P_1 V_1 + P_1 V_0$$

$$= -RT_1 + \frac{P_1}{P_0} \cdot \overbrace{P_0 V_0}^{RT_0}$$

$$= -R(T_1 - T_0)$$

ie. $T_1 = \frac{1 + (\gamma - 1)\frac{P_1}{P_0}}{\gamma} T_0 = 743 \text{ K}$

$$V_1 = \frac{RT_1}{P_1} = 61 \text{ dm}^3$$

$\boxed{6/2}$

$$\Delta S = \cancel{S_e} + S_c \qquad \text{car adiabatique}$$

$$= C_p \ln\frac{T_1}{T_0} - nR \ln\frac{P_1}{P_0}$$

$$= 10{,}5 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

$$> 0$$

$\Rightarrow$ irréversible