Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique et/ou magnétique stationnaire et uniforme

La lumière est une onde électromagnétique (champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ qui varient sinusoïdalement au cours du temps)

I Quelques notions d'électromagnétisme

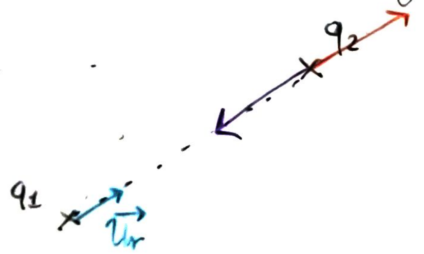
1 Charge électrique

Toujours un multiple de la charge électrique fondamentale

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$ (charges $\in e\mathbb{Z}$)

2 Lois de Coulomb

Soient deux charges $q_1, q_2 \in e\mathbb{Z}$



$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi \underbrace{\varepsilon_0}_{\text{permittivité du vide}} r^2} \vec{u_r}}$$

force de Coulomb
force électrique

$q_1 q_2 > 0 \Rightarrow$ répulsive

$q_1 q_2 < 0 \Rightarrow$ attractive

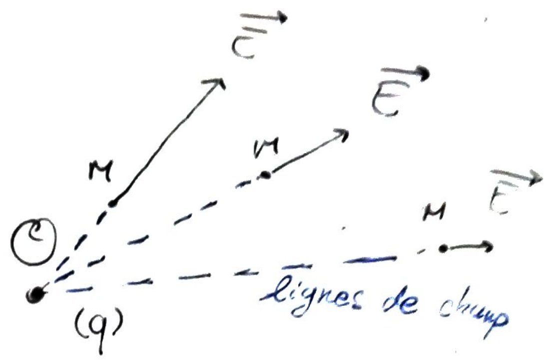
3 Notion de champ électrique

q_1 exerce $\vec{F}_{1\to 2} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u_r}$ sur q_2.

ie q_1 modifie les propriétés électriques autour de q_2

ie q_1 crée un champ électrique $\vec{E}$ autour de q_2

$$\vec{F}_{1\to 2} = q_2 \cdot \vec{E}$$



Si on place q en O

Le champ créé par q en tout point M de l'espace :

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u_r}}$$

remq

- $\|\vec{E}\|$ en $V \cdot m^{-1}$
- OoM $(\|\vec{E}\|_{\text{étincelle}}) = 10^6\ V m^{-1}$

4 Notion de champ magnétique

- Un conducteur (une bobine ou un fil) parcouru par un courant crée un champ magnétique $\Leftrightarrow$ dépl. part̃ [illegible] chargées dans un fil.

- Le noyau de la Terre ⟺ prop certains atomes
- Un aimant ⟺ propriétés de certains atomes

On peut mettre le champ en évidence avec de la limaille de fer qui se comporte comme une boussole qui s'oriente dans l'axe Sud-Nord.

unit

- $\|\vec{B}\|$ en T
- $OoM(B_{Terrestre}) = 10^{-5}$ T
  $OoM(B_{bobine}) \in [1, 10]$ T

II Force de Lorentz

Soit une particule de charge q de vecteur vitesse $\vec{v}$ placée dans une région de l'espace où règnent $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

Elle est soumise à

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})}$$

Force de Lorentz

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{v}$$
$$= q(\vec{E} + \vec{v}\wedge\vec{B})\cdot\vec{v}$$
$$= q\vec{E}\,\vec{v} + \cancel{q\,\vec{v}\wedge\vec{B}\cdot\vec{v}}$$

car $\vec{v}\wedge\vec{B} \perp \vec{v}$

Le produit mixte ça fait bien dans un dîner mondain

le TPC : $\dot{E_c} = \mathcal{P}(\vec{F})$

$\Rightarrow$ $\vec{F}$ peut modifier la vitesse de la particule

$\Rightarrow$ la partie magnétique ne peut faire varier la vitesse mais modifiera probablement la trajectoire

III Énergie potentielle électrique.

Soit $\vec{E}$ $\underbrace{\text{uniforme}}_{\text{partout le même}}$ et $\underbrace{\text{stationnaire}}_{\not\propto \text{ temps}}$

$$\vec{E} = E_0\vec{u_x} = \vec{\text{const}}$$

$$\delta W(\vec{F}) = \vec{F}\cdot d\vec{OM} = q(E_0 + \vec{v}\wedge\vec{B})\cdot d\vec{OM}$$
$$= q\,E_0\,d\vec{OM}$$
$$= q\,E_0\,\vec{u_x}\,(dx\,\vec{u_x} + dy\,\vec{u_y} + dz\,\vec{u_z})$$
$$= q\,E_0\,dx$$
$$= d\,(qE_0\,x + \text{const})$$
$$= -\,dE_p$$

On définit alors E_p

$$\boxed{E_p = -qE_0\vec{u_x} + \text{const}}$$

On pose le potentiel électrique :

$$\boxed{\underbrace{E_p}_{J} := \underbrace{q}_{C}\underbrace{V}_{V}}$$

remq

$$V = -E_0 x + \text{const}$$

$$\vec{E_0} = -E_0 x$$

$$U_{12} = V_1 - V_2$$

Le champ électrique a toujours le sens des potentiels décroissants

remq

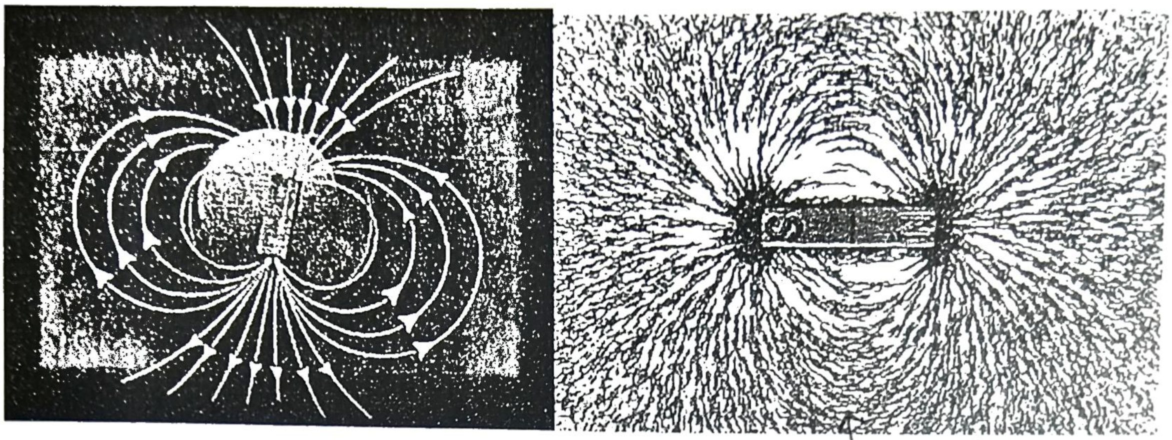
Dans un conducteur, les particules porteuses de charges sont mises en mouvement sous l'effet de la force de Lorentz, qui apparait parce qu'il y a un champ électrique

remq

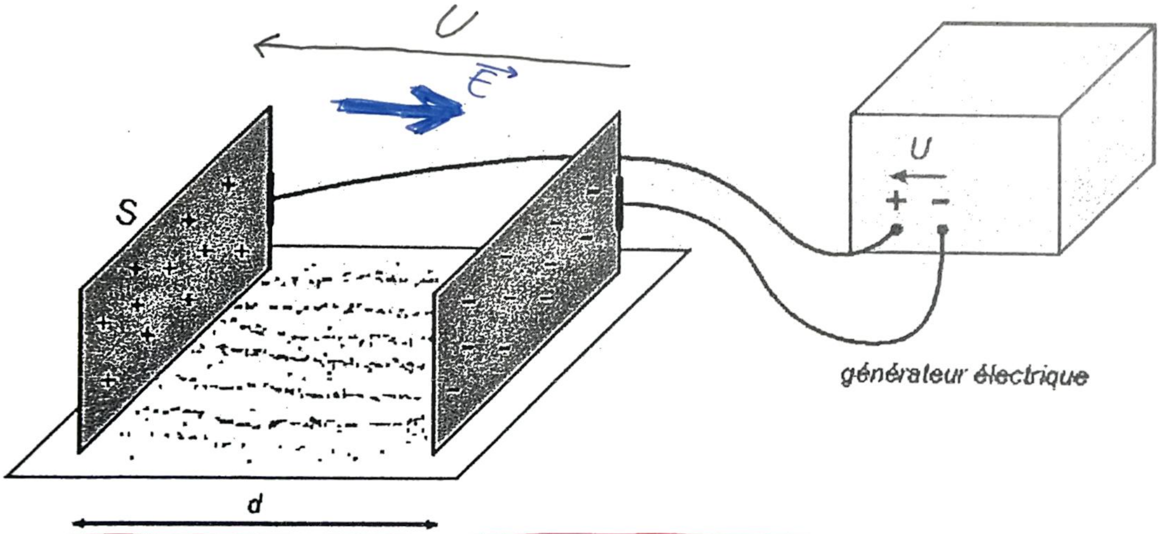
- E_0 en $V \cdot m^{-1}$

[poly: lignes de champs électriques]

Lignes de champ magnétiques



Lignes de champ électriques



champ électrostatique ie électrique et statique

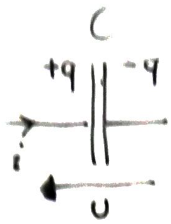
$$\vec{E} = (+)\frac{U}{d}\vec{u_x} \quad \text{(par analyse dimensionnelle)}$$

car $\vec{E}$ sens décroissant des potentiels

On retient l'expression (non démontrée) :

remq

Le condensateur



$u = \frac{q}{C}$

$i = \dot{q} = C\dot{u}$

passè de un champ magnétique

remq

$$E_p = qV$$

1eV énergie d'une particule de charge e soumise à une tension de 1V
$= 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$

IV Mouvement dans un champ électrostatique

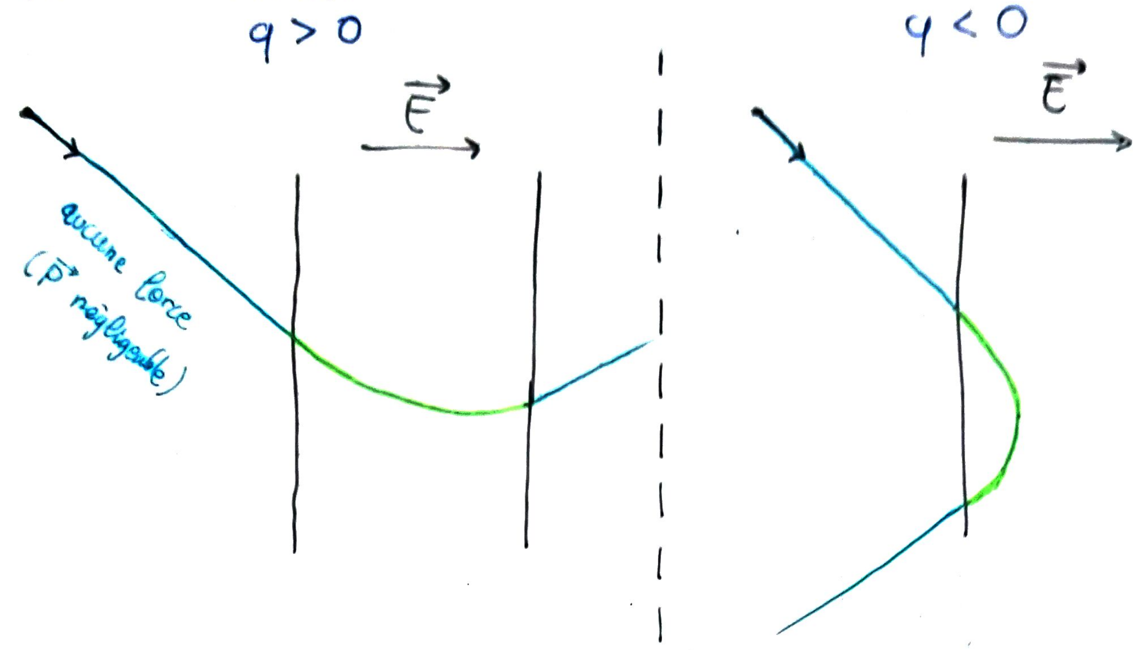
Particule (m, q) placée dans un champ électrique $\vec{E}$.

Elle est soumise à
- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- la force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{E}$

$$\frac{qE}{mg} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1}{10^{-30} \cdot 10} = \frac{10^{-19}}{10^{-29}} = 10^{+10} \Rightarrow \|\vec{P}\| \lll \|\vec{F}\|$$

Le poids sera toujours négligé

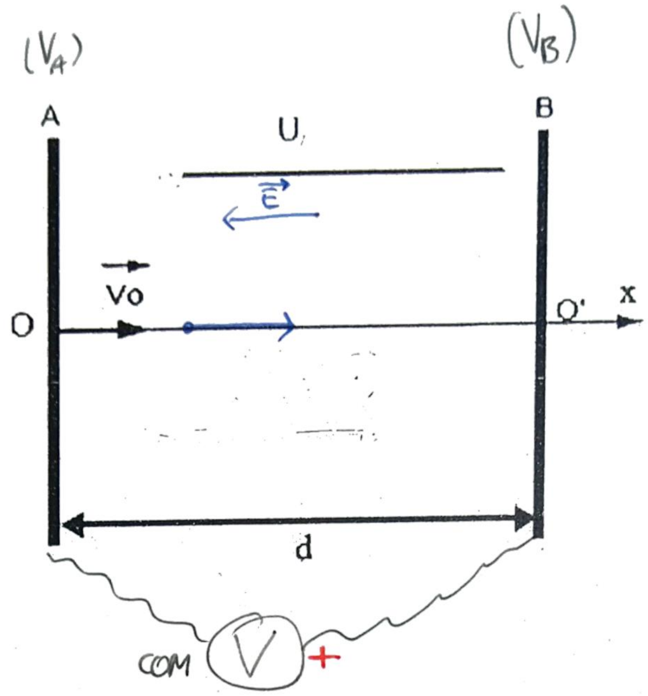
Qualitativement



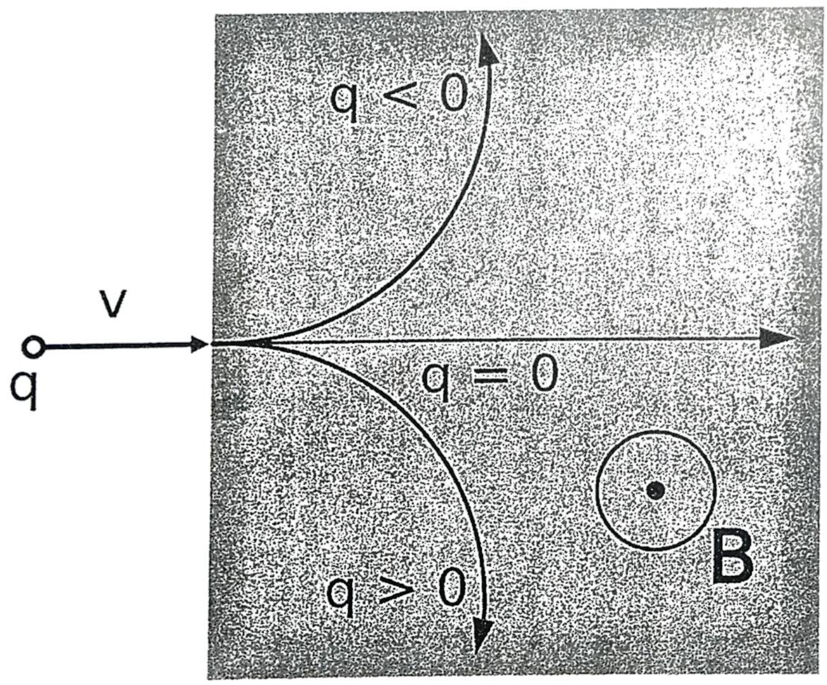
$$m\vec{a} = q\vec{E}$$
$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$
$$= \overrightarrow{\text{const}}$$

[poly : particule chargée dans E]

IV-Particule chargée dans E



V-Particule chargée dans B



On envoie un électron de charge $-e$ en A
On souhaite l'accélérer

Il sera soumis à

$$\vec{F} = q\vec{E} = -e\vec{E}$$

Pour l'accélérer il faut que l'électron soit soumis à une force vers la droite :

- $\vec{F}$ vers la droite $\Leftrightarrow$ $\vec{E}$ vers la gauche
$\Leftrightarrow V_B > V_A$
$\Leftrightarrow U = V_B - V_A > 0$

- $\vec{E} = -\frac{U}{d}\vec{u_x}$

- S : $\{q\}$; R : Labo, Galilée ; F : $\vec{F}$

$$m\vec{a} = \vec{F} = -e\vec{E}$$
$$= \frac{eU}{d}\vec{u_x}$$
$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{eU}{md}\vec{u_x}$$

$/\vec{u_x}$: $\ddot{x} = \frac{eU}{md} \Rightarrow \dot{x} = \frac{eU}{md}t + \cancel{const} \Rightarrow x = \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2 + \cancel{const}$

vit. négli $x(0) = 0$

En déduire v_B

$$x(t_B) = d \Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{eU}{md}t^2 = d \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2md^2}{eU}}$$

$$v_B = \dot{x}\left(\sqrt{\frac{2md^2}{eU}}\right) = \frac{eU}{md}\sqrt{\frac{2md^2}{eU}} = \sqrt{\frac{e^2U^2 2md^2}{m^2d^2eU}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Application numérique : l'électron

$$\begin{cases} m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \\ U = 1\ kV \end{cases} \Rightarrow v_B = 2 \cdot 10^{7}\ m\,s^{-1}$$

Méthode énergétique

$$\Delta E_m = W(\vec{F_{nc}}) = 0 \quad \text{car } \vec{F} = q\vec{E} \text{ conservative}$$

$$\Rightarrow E_m = \text{const}$$

$$\Leftrightarrow E_{m_A} = E_{m_B}$$

$$\Leftrightarrow E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{\frac{1}{2} m v_A^2} \underbrace{- e V_A}_{+qV} = \frac{1}{2} m v_B^2 \underbrace{- e V_B}_{+qV}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = e(V_B - V_A) = eU$$

$$\Leftrightarrow v_B = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

C'est le principe d'un accélérateur de particule

eg tube cathodique

eg applications médicales (radios), contrôle de bagages

en freinant les particules, ont récupère leur énergie pour d'autres atomes qui vont libérer des rayons X

V Particule chargée dans un champ magnétique

(m, q), $\vec{B}$ soumise à $\vec{P} = m\vec{g}$
$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

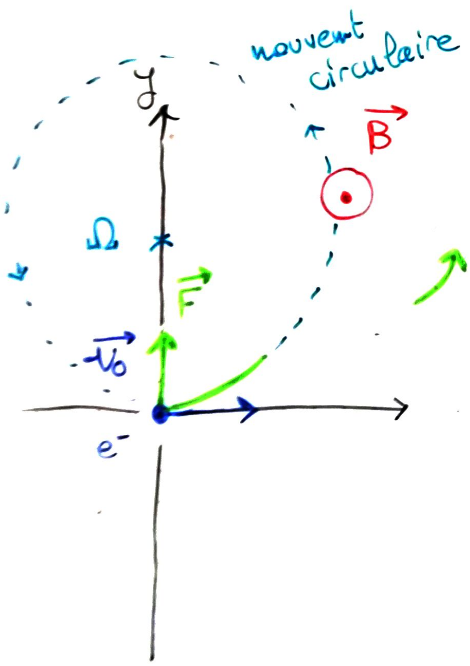
$$\frac{\|\vec{F}\|}{\|\vec{P}\|} = \frac{qvB}{mg} = \frac{10^{-19} \cdot 1 \cdot 1}{10^{-30} \cdot 10} = \frac{10^{-14}}{10^{-24}} = 10^{10} \Rightarrow \|\vec{P}\| \lll \|\vec{F}\|$$

$\Rightarrow$ on néglige le poids

S : $\{e^-\}$ R : labo g F : Lorentz

$$m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$\Leftrightarrow m\dot{\vec{v}} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$$



car $q = -e < 0$. sinon

$$\mathring{E_c} = P(\vec{F}) = q\vec{v} \wedge \vec{B} \cdot \vec{v} = 0$$

$\Rightarrow E_c = \text{const} \Rightarrow v = \text{const}$

$\Rightarrow$ mouvement circulaire <u>UNIFORME</u>

$$m\begin{pmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\\ \ddot{z}\end{pmatrix} = -e\begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix}0\\ 0\\ \|\vec{B}\|\end{pmatrix}$$

$$= -e\begin{pmatrix}B\dot{y}\\ -B\dot{x}\\ 0\end{pmatrix}$$

$\ddot{z} = 0 \Rightarrow \dot{z} = \text{const} = 0 \Rightarrow z = \text{const} = 0 \Rightarrow$ mouvement plan

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -eB\dot{y} \; * \\ m\ddot{y} = +eB\dot{x} \; * \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\dot{x} = -eBy + C \\ m\dot{y} = eBx + D \end{cases}$$

on $\int$ pour découpler

$$\underline{CI} \Rightarrow \begin{cases} mv_0 = 0 + C \\ 0 = 0 + D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = mv_0 \\ D = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m\dot{x} = -eBy + mv_0 \; * \\ m\dot{y} = eBx \; * \end{cases}$$

$$* \quad m\ddot{x} = -eB\,\frac{eBx}{m}$$

$$* \quad m\ddot{y} = eB\left(-\frac{eBy}{m} + v_0\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} + \dfrac{e^2B^2}{m^2}x = 0 \\ \ddot{y} + \dfrac{e^2B^2}{m^2}y = \dfrac{eBv_0}{m} \end{cases}$$

$$\omega_c := \frac{eB}{m}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} + \omega_c^2 x = 0 \\ \ddot{y} + \omega_c^2 y = \omega_c v_0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(t) = A\cos\omega_c t + B\sin\omega_c t \\ y(t) = C\cos\omega_c t + D\sin\omega_c t + \dfrac{v_0}{\omega_c} \end{cases}$$

$$\underline{CI} \Rightarrow \begin{cases} x(0) = 0 = A \Rightarrow A = 0 \\ \dot{x}(0) = v_0 = B\omega_c \Rightarrow B = \dfrac{v_0}{\omega_c} \\ y(0) = 0 = C + \dfrac{v_0}{\omega_c} \Rightarrow C = -\dfrac{v_0}{\omega_c} \\ \dot{y}(0) = 0 = D\omega_c \Rightarrow D = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(t) = \dfrac{v_0}{\omega_c}\sin\omega_c t \\ y(t) = \dfrac{v_0}{\omega_c} - \dfrac{v_0}{\omega_c}\cos\omega_c t \end{cases}$$

L'équation cartésienne

$$\boxed{x^2 + \left(y - \frac{v_0}{\omega_c}\right)^2 = \frac{v_0^2}{\omega_c^2}}$$

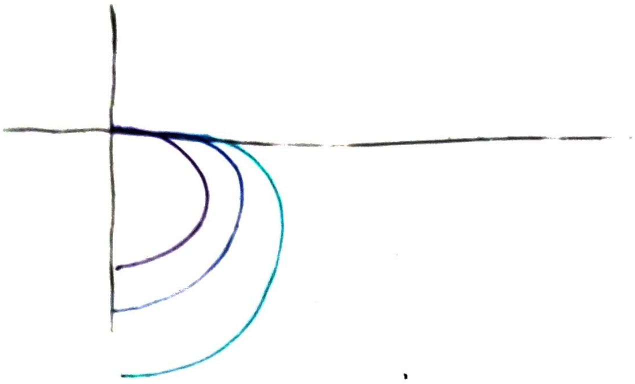
$\Rightarrow$ Cercle : $\begin{cases} \text{centre} = \left(0; \dfrac{v_0}{\omega_c}\right) & \boxed{\Omega} \text{ sur le schéma} \\ \text{rayon} = \dfrac{v_0}{\omega_c} \end{cases}$

remq

ω_c "pulsation cyclotron"

remq

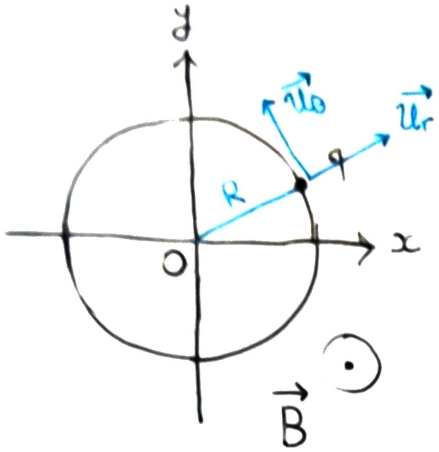
Si on a les particules de $\underbrace{\text{masses} \neq}_{\text{eg. isotopes}} \Rightarrow \omega_c \neq$



C'est le principe du spectrographe de masse qui permet de séparer les isotopes.

à savoir (au programme)

hypothèse: Supposons que le mouvement est circulaire



Syst: {M} Réf: Labo Galiléen

Forces:

- $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$m\vec{a} = \vec{F} \Leftrightarrow m(R\ddot{\theta}\vec{u_\theta} - R\dot{\theta}^2\vec{u_r})$$
$$= qR\dot{\theta}\vec{u_\theta} \wedge B\vec{u_z}$$
$$= qR\dot{\theta}B\vec{u_r}$$

On projette

$$\begin{cases} /\vec{u_\theta} & mR\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \dot{\theta} = \text{const} \\ /\vec{u_r} & -mR\dot{\theta}^2 = qR\dot{\theta}B \end{cases}$$

$$-mR\frac{v^2}{R^2} = q \cdot vB \Leftrightarrow \boxed{R = \frac{mv}{|q|B}}$$ Rayon de la trajectoire

remq

On retrouve: $\text{Rayon} = \dfrac{v_0}{\omega_c} = \dfrac{v_0}{\frac{eB}{m}}$