

# I Algorithme naïf

## I.1 Description

Soit  $d = \sqrt{(\text{fst}l_1 - \text{fst}l_0)^2 + (\text{snd}l_1 - \text{snd}l_0)^2}$ .

Pour  $i \in \llbracket 0, n \llbracket$  : Pour  $j \in \llbracket 0, n \llbracket$  : Si  $\sqrt{(\text{fst}l_i - \text{fst}l_j)^2 + (\text{snd}l_i - \text{snd}l_j)^2} < d$ , alors

soit  $d = \sqrt{(\text{fst}l_i - \text{fst}l_j)^2 + (\text{snd}l_i - \text{snd}l_j)^2}$ .

## I.2 Complexité

Ya deux `for` imbriqués parcourant  $n$  éléments, c'est  $O(n^2)$  quoi c'est bon

## I.3 Implémentation

```
let distance p1 p2 = sqrt ( ((fst p1) -. (fst p2))**2 +. ((snd p1) -. (snd p2))**2 )
```

```
let naive_min_distance points =
  let min_distance = ref (distance 1.(0) 1.(1)) in
  for i = 0 to (Array.length 1) do
  for j = 0 to (Array.length 1) do
    let d = distance 1.(i) 1.(j) in
    if d < !min_distance
    then min_distance := d
  !min_distance;;
```

```
let min_distance_nuage l =
  let rec min_1couple l min (a,b) = match l with
    | [] -> min
    | (c,d)::t -> if (abs_float(a-.c)**2. +. abs_float(b-.d)**2.) < min then
      let min = abs_float(a-.c)**2. +. abs_float(b-.d)**2. in
      min_1couple t min (a,b)
    else
      min_1couple t min (a,b)
  in
```

```
  let rec aux_nuage l min = match l with
    | [] -> min
    | (a,b)::t -> aux_nuage t (min_1couple t min (a,b))
  in
```

```
  let mini = abs_float(fst (List.hd l) -. fst (List.hd (List.tl l)))**2.
    +. abs_float(snd (List.hd l) -. snd (List.hd (List.tl l)))**2. in
```

```
  aux_nuage l mini ;;
```

*C'est tellement plus clair.*

# II Cas de dimension 1

On ne regarde que les distances deux à deux, avec un algorithme à la diviser pour régner.

- Cas de base : liste à deux éléments : c'est la distance elle-même :
- Récursion : Si la demi-liste à gauche a une distance minimum plus petite, on retourne celle-là, sinon on retourne l'autre.

### III Diviser pour régner trop naïf

$$c_2 = 1$$

$$c_n = c_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + c_{\lceil \frac{n}{2} \rceil}$$

On a un  $O(n)$ , sauf que le tri est en  $O(n \lg n)$ .  
Sauf qu'on a finalement  $O(n^2 \lg n)$ , si il y a trop de points à trier.

### IV Stratégie optimale

#### IV.1 On a au plus 8 points

On ne prend plus une bande verticale mais un carré car on a fait le tri sur les x et sur les y. On regarde les points dans ce carré qui peuvent plus proche que delta.  $\text{delta} = \min(d1, d2)$  bande = carrée de longueur  $2 * \text{delta}$  Si  $d1 = d2 = \text{delta}$ , on pourra avoir un point à gauche et un point à droite (trie des abscisses) avec un point en dessous et un point au dessus (trie des ordonnées). Tous les points sont possibles sauf le centre (car la distance 0 n'est pas possible), soit 9-1 points soit 8 points qui correspondent à "je suis situé à distance delta de mon voisin le plus proche"

#### IV.2 Algorithme

Bon...

#### IV.3 Complexité

$$c_n = 2c_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + O(n)$$

$$\implies \Theta(n \lg n)$$

#### IV.4 Implémentation

```
let split l =
  let rec aux l n acc = match l with
  | [] -> [], []
  | h::t when n=0 -> (List.rev acc, h::t)
  | h::t -> aux t (n-1) (h::acc)
  in aux l (List.length l / 2) [];;

let merge l1 l2 =
  let rec aux l1 l2 _acc = match l1, l2 with
  | [], _ -> l2
  | _, [] -> l1
  | h1::t1, h2::t2 -> if h1 < h2
    then h1::(aux t1 l2 _acc)
    else h2::(aux l1 t2 (_acc + List.length l1))
  in aux l1 l2 0;;
```