

I Algorithme naïf

I.1 Description

1. Pour i de 1 à $(n - 1)$
 - (a) Pour k de $i + 1$ à n
 - i. Si $\sigma(i) > \sigma(k)$ on rajoute une inversion.

I.2 Complexité

$O(n^2)$ car $\sum_{k=1}^n k$ comparaisons.

I.3 Implémentation

```
let count_inversions sigma =
  let rec inloop sigma_i sigmas = match sigmas with
    | [] -> 0
    | h::t -> if h < sigma_i
              then 1 + (inloop sigma_i t)
              else (inloop sigma_i t)
  in
  let rec outloop sigmas = match sigmas with
    | [] -> 0
    | [a] -> 0
    | h::t -> (outloop t) + inloop h t
  in
  outloop sigma;;
```

Le test :

```
assert (count_inversions [2;4;3;1;5] = 4)
```

II Algorithme de fusion

II.1 Description

Un exemple

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \mapsto 5 \\ 2 \mapsto 2 \\ 3 \mapsto 1 \\ 4 \mapsto 3 \\ 5 \mapsto 4 \end{array} \right. = [5; 2; 1; 3; 4] \quad 5 \text{ inversions}$$

On coupe : $[5; 2; 1]$ et $[3; 4]$.

Trions $[5; 2; 1]$.

- On échange 1
- On fusionne $[5]$ et $[1; 2]$
- $[1; 2; 5]$

Trions $[3; 4]$

Un autre exemple

$[5; 3; 1; 2; 4]$

En gros On incrémente un compteur quand il faut inverser tout en triant la liste par fusion.

II.2 Compléxité

Tri par fusion $\Theta(n \log_2 n)$

Compte de permutation

II.3 Implémentation

```
let split l =
  let rec aux l n acc = match l with
  | [] -> [], []
  | h::t when n=0 -> (List.rev acc, h::t)
  | h::t -> aux t (n-1) (h::acc)
  in aux l (List.length l / 2) [];;

let merge l1 l2 =
let rec aux l1 l2 _acc = match l1, l2 with
| [], _ -> l2
| _, [] -> l1
| h1::t1, h2::t2 -> if h1 < h2
  then h1::(aux t1 l2 _acc)
  else h2::(aux l1 t2 (_acc + List.length l1))
in aux l1 l2 0;;
```