1 Définitions

1.1 Somme d'une série

$$\sum_{k=0}^{+\infty} u_n := \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} u_k$$

1.2 Convergeance

$$\sum_{k=0}^{+\infty} < +\infty$$

1.3 Divergeance

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \notin \mathbb{R}$$

1.4 n-ième reste d'une série convergeante

$$R_n := \sum_{k=n+1}^{+\infty} u_k$$

Et on a

$$\sum_{k>=n+1}^{\infty} u_k \in \mathbb{R}$$

1.5 Divergeance grossière

$$\sum_{k=0}^{+\infty} u_k \text{DVG} \iff u_k \text{diverge}$$

2 Théorèmes

2.1 Divergeance grossière

$$\sum_{n\in\mathbb{N}}^{+\infty} u_n \in \mathbb{R} \implies u_n \to 0$$

$$u_n \not\to 0 \implies \sum_{n\in\mathbb{N}}^{+\infty} u_n \text{diverge}$$

2.2

$$\text{DVG} \implies \text{diverge}$$

2.3 Linéarité

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n, \sum_{n\in\mathbb{N}} v_n \text{convergent} \implies \forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}, \sum_{k=0}^{+\infty} \lambda u_k + \mu v_k = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} u_n + \mu \sum_{k=0}^{\infty} v_n$$

2.3.1 Corollaire

$$\begin{cases} \sum_{n\in\mathbb{N}}^{\infty} u_n & \in \mathbb{R} \\ \sum_{n\in\mathbb{N}} u_n & \text{diverge} \end{cases} \implies \forall(\lambda,\mu) \in \mathbb{K}\times\mathbb{K}^*,\ \sum_{n\in\mathbb{N}} \lambda u_n + \mu v_n \text{diverge}$$

2.4 Suites géométriques

$$\begin{aligned} |q| < 1 &\iff \sum_{\mathbb{N}} q^{\mathrm{id}} \text{converge} \\ &\implies \sum_{\mathbb{N}}^{\infty} q^{\mathrm{id}} = \frac{1}{1-q} \end{aligned}$$

2.5 Séries à termes positifs

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} u_n \implies \begin{cases} \sum_{\mathbb{N}}^{\infty} u \in \overline{\mathbb{R}} \\ \text{suite des sommes partielles majorée} \iff \sum_{\mathbb{N}}^{\infty} u \in \mathbb{R} \end{cases}$$

2.6 Principe de comparaison

$$\begin{cases} \sum u, \sum v & \text{STP} \\ \sum u & {}^{\text{converge}}_{\text{diverge}} \\ u \underset{\geq}{\leq} v & \text{ÀPCR} \end{cases} \implies v \begin{matrix} \text{converge} \\ \text{diverge} \end{matrix}$$