$\boxed{\mathbf{2}}$ On cherche P tel que $P'|P$.
Le polynôme nul est solution.

Soit P un polnyôme non-nul convenable.
$P|P'$ donc il existe $Q \in \mathbb{K}[X]$ tel que $P = P' \times Q$
Or $\deg P' = \deg P - 1$
Donc $\deg Q = 1$
Donc Q est de la forme $aX + b$.
Notons $P = a_0 + a_1 X + \cdots + a_n X^n$ avec $n = \deg P$ (donc $a_n \neq 0$)
On a

$$P' = a_1 + 2a_2 X + \cdots + na_n X^{n-1}$$

Donc $a = \frac{1}{n}$
Autrement dit, Q est de la forme $\frac{1}{n}(X - \lambda)$ et $P = \frac{1}{n}(X - \lambda)P'$
On décompose P *dans la base de Taylor* (associée à λ)

$$\begin{aligned} P &= \alpha_0 + \alpha_1(X-\lambda) + \alpha_2(X-\lambda)^2 + \cdots + \alpha_n(X-\lambda)^n \\ P' &= \alpha_1 + 2\alpha_2(X-\lambda) + \cdots + n\alpha_n(X-\lambda)^{n-1} + 0 \end{aligned}$$

Donc

$$P = \frac{1}{n}(X-\lambda)P' = \frac{\alpha_1}{n}(X-\lambda) + \frac{2\alpha_2}{n}(X-\lambda)^2 + \cdots + \frac{n\alpha_n}{n}(X-\lambda)^n$$

Par unicité d'une décomposition:

$$\begin{cases} \alpha_0 &= 0 \\ \alpha_1 &= \frac{\alpha_1}{n} \\ \alpha_2 &= \frac{2\alpha_2}{n} \\ & \vdots \\ \alpha_{n-1} &= \frac{(n-1)\alpha_{n-1}}{n} \\ \alpha_n &= \frac{n\alpha_n}{n} \end{cases}$$
$$\iff \alpha_0 = \alpha_1 = \cdots = \alpha_{n-1} = 0$$

Donc P est de la forme

$$\alpha(X-\lambda)^n$$

Réciproquement: OK

Les solutions sont

$$\left\{ \alpha(X-\lambda)^n, \ \begin{pmatrix} \alpha \\ \lambda \end{pmatrix} \in \mathbb{K}^2 \right\}$$