

1/1

$\varphi \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ est de la forme

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \mapsto \underbrace{a_1 x_1 + \dots + a_n x_n}_{= \left\langle \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \right\rangle}$$

d'après la propriété fondamentale des AL

1/2

Notons $\phi_u = \langle u, \text{id} \rangle$ et

$$\phi : \begin{cases} E \rightarrow \mathcal{L}(E, \mathbb{R}) = E^* \\ u \mapsto \phi_u \end{cases}$$

qui est bien définie car pour tout $u \in E$,

ϕ_u est bien une forme linéaire,
par lin. à droite de $\langle \cdot, \cdot \rangle$

ϕ est linéaire

par lin à gauche de $\langle \cdot, \cdot \rangle$