EXAM CCINP

$\boxed{101}$

1. Soient $\begin{cases} (A_1, \dots, A_n) \text{ sce de probas } \neq 0 \\ B \text{ un évènement de proba } \neq 0 \end{cases}$

Pour tout $k \in [\![1, n]\!]$, on a :

$$P(A_k|B) = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)}$$

<u>Dem</u>

$$P(A_k|B) = \frac{P(A_k \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_k)P(B|A_k)}{P(B)}$$

$\cdot P(B|A_k) = \dfrac{P(A_k \cap B)}{P(A_k)}$ par comutitivé de $\cap$

ie $P(A_k \cap B) = P(A_k)P(B|A_k)$

Or $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)$ par FPT.

2. (a) Soient

$\begin{cases} B = \text{"le dé a donné 6"} \\ A = \text{"le dé est pipé"} \end{cases}$

Dans le sce $(A, \complement A)$:

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\complement A)P(B|\complement A)} = \frac{\frac{1}{4}\,\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}\,\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\,\frac{1}{6}\right)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8} + \frac{3}{24}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

2. (b)

Notons B_k = "le k-ième lancé a donné 6"

Dans le sce$(A, {}^cA)$:

$$P(B_n \mid A) = \frac{P(A)\,P(B_n \mid A)}{P(A)\,P(B_n \mid A) + P({}^cA)\,P(B_n \mid {}^cA)}$$

$$= \frac{\cancel{\frac{1}{4}}\cancel{\left(\frac{1}{2}\right)^n}}{\cancel{\frac{1}{4}}\cancel{\left(\frac{1}{2}\right)^n} + \cancel{\frac{3}{4}}\underbrace{\cancel{\left(\frac{1}{2}\right)^n}\left(\frac{1}{3}\right)^n}_{(1/6)^n}}$$

$$= \frac{1}{1+3\left(\frac{1}{3}\right)^n}$$

$$= \frac{1}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}$$

$$\lim_{n\to+\infty} p_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{1+\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}} = 1$$

2. (c) lol. Si n grand dé pipé nec. On ne la fait pas.