January 17, 2021

Condensé de la MPSI
Physique

Ewen Le Bihan
MPSI – Daudet

Contents

1 Approche cinématique du mouvement d'un point

1.1 Travail d'une force

$$\delta W = \overrightarrow{\text{la force}} \cdot \mathrm{d}\,\overrightarrow{OM}$$

$$\mathrm{d}\,\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{v} \cdot \mathrm{d}\,t$$

$$\begin{aligned} \delta W > 0 &\implies \text{travail moteur} \\ \delta W < 0 &\implies \text{travail résistant} \end{aligned}$$

$$W_{AB}(\overrightarrow{F}) = \int_A^B \delta W \,\mathrm{d}\,t = \int_A^B \overrightarrow{F} \cdot \mathrm{d}\,\overrightarrow{OM}$$

$$\dot{\overrightarrow{F}} = \overrightarrow{0} \implies W_{AB}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$W(\overrightarrow{R_n}) = 0$$

1.2 Puissance d'une force

$$\mathcal{P}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{v}$$

1.3 Énergie cinétique

$$E_c(M/\mathcal{R}) = \frac{1}{2} m v(M/\mathcal{R})^2$$

1.3.1 Théorème de l'énergie cinétique

- $\mathcal{R}$ galiléen $\implies \dot{E}_c(M/\mathcal{R})$
- $\underset{i\to f}{\Delta} E_c = \underset{i\to f}{W}(\overrightarrow{F})$

1.3.2 Pendule

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

1.4 Énergie potentielle

$$\Delta E_p := -\underset{A\to B}{W}(\overrightarrow{F})$$

$$E_{p_p} = mgz + \text{const} \quad \text{si } (Oz) \text{ vertical ascendant}$$

$$E_{p_e} = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2 + \text{const}$$

1.4.1 Stabilité d'un équilibre

$x_e := \text{extremum}(E_p, x)$ (i.e. x_e est une position d'équilibre)

$$-(x - x_e)\frac{\mathrm{d}^2\,E_p}{\mathrm{d}\,x^2}(x_e) \quad \begin{cases} > 0 & \implies \text{stable} \\ < 0 & \implies \text{instable} \end{cases}$$

1.5 Force conservative

$$\overrightarrow{F} \text{ conservative} \iff \begin{cases} W(\overrightarrow{F}) & \text{indépendante du chemin suivi} \\ \overrightarrow{F} & = F(x)\,\mathrm{d}\,x \\ \exists E_p & / \begin{cases} W(\overrightarrow{F}) & = -\Delta E_p \\ \delta W & = -\,\mathrm{d}\,E_p \end{cases} \end{cases}$$

Contraire: force dissipative ou non-conservative

1.6 Énergie mécanique

En référentiel Galiléen

$$\Delta E_m = W(\overrightarrow{F_{\text{dissipative}}})$$

1.6.1 Interprétations

$$\begin{aligned} &\Delta E_m = 0 \\ \iff &E_m = \text{const} \\ \iff &E_m \text{ se conserve} \\ \iff &M \text{ est conservatif} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Delta E_m = W(\overrightarrow{F_{\text{dissipative}}}) < 0 \\ \implies &E_m \text{ décroissante} \\ \implies &\text{Il y a } \textbf{dissipation} \text{ de l'énergie} \end{aligned}$$

2 Dynamique

2.1 Force gravitationelle

$$\overrightarrow{F_{M\to M'}} = -G\frac{mm'}{r^2}\overrightarrow{u}$$

2.2 Force de rappel d'un ressort

$$\overrightarrow{F} = -k(l(t) - l_0)\overrightarrow{u_{\text{etirement}}}$$

2.3 Tension d'un fil $\overrightarrow{T}$

Aucune formule caractéristique :/

2.3.1 Pendule

En repère cylindrique

$$\overrightarrow{T} = -T\overrightarrow{u_r}$$

2.4 Frottements solides $\overrightarrow{R}$

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{R_n}/\begin{cases}\text{sens}\,\overrightarrow{R_n} & = -\text{sens}\,\overrightarrow{P}\\ \left|\left|\overrightarrow{R_n}\right|\right| & = \left|\left|\overrightarrow{P}\right|\right|\end{cases}\\
&\overrightarrow{R_t}/\begin{cases}\overrightarrow{R_t} & \perp \overrightarrow{R_n}\\ \text{sens}\,\overrightarrow{R_t} & = -\text{ sens }\overrightarrow{v}\end{cases}\\
&\overrightarrow{R} := \overrightarrow{R_t} + \overrightarrow{R_n}
\end{aligned}$$

- Sans frottements solides
  $\overrightarrow{R_t} = \overrightarrow{0} \iff \overrightarrow{R} = \overrightarrow{R_n}$
- Avec frottements solides
  $\overrightarrow{R_t} \neq \overrightarrow{0}$
  - Sans glissement *(i.e. M est immobile)*:

    $$\overrightarrow{R_n} + \overrightarrow{R_t} + \overrightarrow{P} = \overrightarrow{0}$$
    $$R_t/R_n < f$$

  - Avec glissement

    $$\overrightarrow{R_n} + \overrightarrow{R_t} + \overrightarrow{P} \neq \overrightarrow{0}$$
    $$R_t/R_n > f$$

2.5 Frottements fluides

$$\overrightarrow{f} = -\lambda\overrightarrow{v}$$

$$\overrightarrow{f} = -\alpha v^2\frac{\overrightarrow{v}}{||\overrightarrow{v}||}$$

2.6 Lois de Newton

1. Il existe des référentiels dits "Galiléens" dans lesquels une particule pseudo-isolée ou isolée a un MRU. Si la particule est initialement au repos, elle le reste.
2. $\overrightarrow{F} = m\dot{\overrightarrow{p}} = m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\,t}(m\overrightarrow{v})$
3. $\overrightarrow{F}_{A\to B} = -\overrightarrow{F}_{A\to B}$